Procesos matemáticos en la práctica pedagógica: un comparativo entre Colombia y España.

Mathematical processes in pedagogical practice: a comparison between Colombia and Spain.

Raúl Prada-Núñez¹, César Augusto Hernández-Suárez², Raquel Fernández-Cézar³

¹ Universidad de Castilla La Mancha, Toledo - España, ^{2,3}Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta - Colombia

Recibido: 03 de septiembre de 2019. Aprobado: 19 de diciembre de 2019.

Resumen—Este trabajo buscaba determinar el nivel de empleo de los procesos matemáticos en la práctica docente en dos contextos de habla hispana, el de España y Colombia. Se consideró una muestra de 232 docentes que impartían matemáticas en los niveles medios de educación en diversas instituciones educativas de estos países. Se aplicó un instrumento que toma como referencia los cinco procesos matemáticos mencionados en el Principles and Standards for School Mathematics de la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), que totaliza 36 ítems. Se identificaron en ambos contextos debilidades en la práctica docente al respecto de la presencia de los procesos matemáticos tales como el razonamiento y prueba, la resolución de problemas y en especial, el establecimiento de conexiones de los conceptos matemáticos con otras áreas del currículo escolar. Se propone para contrarrestar esta situación adelantar una investigación complementaria de corte documental en la que se revisen los preparadores de clase y los textos guías utilizados por los docentes.

Palabras Claves: procesos matemáticos, práctica docente, resolución de problemas, comunicación, representación, razonamiento, conexiones.

Abstract—This work sought to determine the level of employment of mathematical processes in the teaching practice in two Spanish-speaking contexts, that of Spain and Colombia. A sample of 232 teachers who taught mathematics in the middle levels of education in various educational institutions of these countries was considered. An instrument that takes as reference the five mathematical processes mentioned in the Principles and Standards for School Mathematics of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) was applied, which totals 36 items. Weaknesses in the teaching practice were identified in both contexts regarding the presence of mathematical processes such as reasoning and testing, problem solving and especially, establishing connections of mathematical concepts with other areas of the school curriculum. It is proposed to counteract this situation to carry out a complementary documentary research in which class preparers and guide texts used by teachers are reviewed.

Keywords: mathematical processes, teaching practice, problem solving, communication, representation, reasoning, connections.

I. INTRODUCCIÓN

En España y Colombia, así como en muchos otros países del mundo, ha habido en los últimos años un enorme interés por la mejora de la calidad de la educación en función de las demandas y necesidades de las sociedades actuales, según se recoge en [1] y [2]. Estas demandas se caracterizan por el cambio vertiginoso de medios de producción y acceso a la información, pero también por la necesidad de aplicar todo el saber existente en beneficio del bien común, respetando la diversidad cultural y preservando el medio ambiente. Se requiere de una propuesta educativa nueva que responda a las exigencias de un mundo nuevo, lo que implica una manera distinta de formar al individuo para su entorno, caracterizado por ser cambiante, globalizado y complejo. En esta formación es necesario un enfoque ético si se quiere que los ecosistemas subsistan y que las desigualdades sociales se acorten en vez de aumentar.

Como consecuencia de lo anterior, desde hace varias décadas, tanto desde la perspectiva de las Ciencias de la Educación como de las propias sociedades, se considera insuficiente que la educación de un estudiante consista solo en aprender ciertos datos y procedimientos que se han considerado tradicionalmente como parte del bagaje de una persona más o menos culta, por ejemplo: aprender a escribir y a leer, dominar ciertas reglas aritméticas o algebraicas básicas, memorizar las fechas que marcaron hitos en la historia de mi nación o del mundo, poseer conceptos generales sobre la evolución del universo y/o de las especies incluida el ser humano, entre muchos otros aspectos... En fin, todo aquello que ha constituido el currículo tradicional de las instituciones educativas por décadas [3]. En las sociedades actuales esto ya no es suficiente. Sin menosprecio de este tipo de saberes (cuya necesidad, por lo demás, sigue plenamente vigente) hay que añadir a la formación del individuo otros aspectos mucho más trascendentes, consistentes en el desarrollo de habilidades para gestionar esos y otros conocimientos en función de sus necesidades vitales, afectivas y sociales, dentro y fuera de las instituciones educativas. Aquel viejo ideal de educar para la vida cobra hoy más que nunca valor. Y ello supone un gran reto, dado que, actualmente existe un potente sistema de conocimientos disciplinares que, adecuadamente combinados con los resultados de las investigaciones en educación y pedagogía, permiten encauzar la educación por derroteros más efectivos [4] y [5].

En este sentido, han surgido desde las Ciencias de la Educación enfoques nuevos que han desplazado la apropiación del conocimiento mismo como finalidad de los procesos y en su lugar se ha entronizado la necesidad de formar a un sujeto autónomo que pueda enfrentar exitosamente las demandas propias del ciudadano del nuevo siglo y del nuevo milenio. Ya no se trata de que los estudiantes aprendan, sino de que sean competentes, es decir, que desarrollen las competencias que les haga capaces de gestionar su propio aprendizaje de modo inteligente y autónomo [6], y que los saberes que adquieran les resulten útiles en la vida diaria (personal, social y/o profesional) para la resolución de problemas y dilemas de todo tipo, desde los de orden práctico y doméstico (por ejemplo, cómo administrar el presupuesto familiar) hasta los éticos y sociales de mayor hondura (cómo asumir posición ante las injusticias y actos de discriminación).

Los conocimientos matemáticos cobran importancia especialmente al enfrentar los problemas cotidianos, y la necesidad de resolverlos, a pesar de que las innovaciones sobre la comprensión de los objetos matemáticos que se producen actualmente en el ámbito de la Ciencia rara vez influyen directamente sobre las características de los contenidos matemáticos escolares. Dicho de otro modo, los contenidos matemáticos en las instituciones educativas se han mantenido más o menos estables en mucho tiempo. Si acaso, se han añadido algunos temas, eliminado otros, o transferido algunos de un nivel educativo a otro en consideración de la información que se tiene actualmente sobre la madurez cognitiva de los estudiantes a ciertas edades [7]. A pesar de que estos contenidos no han mutado, sí

se necesitan cambios en las formas de enseñar, por ejemplo en la enseñanza de las Matemáticas, en especial aquella que se imparte en los grados iniciales de la formación básica, tal como lo mencionan [8], quienes afirman que, por ejemplo en Colombia, se siguen realizando prácticas docentes centradas en la memorización de definiciones, en el seguimiento de reglas y procedimientos mecánicos, en la resolución rutinaria de ejercicios, lo cual dista mucho de garantizar la correcta comprensión de los saberes y agudiza la falta de contextos significativos para el aprendizaje.

Pero en lo que sí ha habido abundantes cambios (y todavía tiene que haber más) es en el modo en que se concibe la enseñanza de las Matemáticas en todos los niveles educativos [9], y principalmente en los elementales. Ello se ha debido fundamentalmente a dos razones. La primera se encuentra en que el gran desarrollo de las didácticas específicas ha revelado que el modo en que se aprenden los distintos saberes varía de acuerdo con los contenidos, pues normalmente implican procesamientos cognitivos diversos y supone la puesta en ejercicio de habilidades especializadas. Así, por ejemplo, la resolución de una ecuación no supone el empleo de los mismos procesos ni el desarrollo de las mismas habilidades cognitivas que el análisis literario de un cuento [10] y [11]. La segunda razón tiene que ver con la atención particular que se ha dedicado a la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas tanto en función de su importancia en la formación escolar como, paradójicamente, por los altos índices de fracaso que exhiben con frecuencia los estudiantes en pruebas internacionales. Este es el caso del Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS por sus siglas en inglés), en el cual Colombia, en la última medición en la que participó, obtuvo resultados en el nivel muy bajo (puntuaciones por debajo de 400 puntos) dando a entender que no se ha producido un aprendizaje eficaz [12]. Por otro lado, en estas mismas pruebas la puntuación media de España fue de 505 puntos que, a pesar de ubicarse en el nivel intermedio, está por debajo del promedio OCDE-24 (525 puntos) y del total de la Unión Europea (519 puntos) con diferencia estadísticamente significativa en ambos casos, según el Instituto Nacional de Educación Evaluativa [13].

II. REFERENTES TEÓRICOS

Diversos autores, como por ejemplo [14], resaltan que el número de estudiantes reprobados o con calificaciones mediocres sigue dominando el escenario en muchos países, en especial los latinoamericanos. Lo anterior lleva a reflexionar que a pesar de los adelantos que se han logrado en la didáctica de las Matemáticas, no se han conseguido todos los resultados deseables en el rendimiento estudiantil. Entre las causas probables de esta incongruencia entre esfuerzos realizados y resultados conseguidos se pueden mencionar las eventuales insuficiencias en la formación matemática del docente [8], a consecuencia de las cuales puede este no sentirse capacitado para enseñar Matemáticas, o, incluso, haber desarrollado cierto grado de aversión hacia ella. Y todo ello sabiendo que entre las atribuciones del docente de Matemáticas en la institución educativa donde trabaja se encuentran diversas responsabilidades académicas, incluida la orientación de las Matemáticas. Otra importante causa del bajo rendimiento en el área tiene que ver, seguramente, con la excesiva instrumentalización de los saberes matemáticos en el ámbito escolar, reducidos con demasiada frecuencia a algoritmos, a una expresión netamente operativa, mecánica y repetitiva que limita considerablemente el correcto entendimiento de los conceptos matemáticos [15]. Otras investigaciones resaltan que, en el aula, en muchas ocasiones, el docente presenta al estudiante una serie de ejercicios cuya resolución supone la réplica instrumental de un procedimiento. Esta práctica podría garantizar respuestas correctas, pero rara vez la comprensión de los procesos y/o conceptos matemáticos. Tal instrumentalización de las Matemáticas no ha favorecido en los estudiantes el desarrollo de una actitud crítica ante el abordaje de las actividades [16], que posiblemente podría ocasionar en ellos el escaso interés en el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas.

Tal y como señala el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas en su Declaración de Posiciones (National Research Council [17]) citado en National Council Of Teachers of Mathematics [18]: Los Estándares Estatales de Base Común ofrecen las bases para el desarrollo de la enseñanza y la evaluación de las Matemáticas, y de un currículo, más riguroso, focalizado y coherente, que promueva la comprensión conceptual y el razonamiento matemático, así como la fluidez en las habilidades. Esta base ayudará a asegurar que todos los estudiantes estén listos para ingresar en la universidad o el trabajo cuando se gradúen en la enseñanza secundaria superior.

Con esta declaración queda de manifiesto que el proceso de enseñanza de las Matemáticas debe estar orientado a la comprensión conceptual que solo se logra por medio del razonamiento matemático, implicando restarle importancia al aprendizaje de procedimientos sin ninguna conexión. Es en este escenario donde el NCTM propone cinco procesos que se consideran fundamentales en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, y que, por lo tanto, se recogen en los Principios y Estándares para la Educación Matemática [19], [20]. El empleo de estos en la instrucción en el aula supone provocar el desarrollo de las respectivas competencias en el estudiantado [21], incluso desde la educación infantil. Estos procesos se deben articular a lo largo de la enseñanza de los contenidos matemáticos organizando varios tipos de situaciones didácticas que los tengan en cuenta [22], [23]. Estos son:

La resolución de problemas. Se espera que el estudiante alcance la construcción de nuevos conocimientos matemáticos a través de la resolución de problemas. Pero estos problemas no deben ser formulados sólo desde el contexto propio de las Matemáticas, sino que se espera que sean transversales a todas las áreas del saber, lo que les permitirá a los estudiantes ingresar en el ciclo de diseñar, aplicar, evaluar, reflexionar y adaptar sus estrategias en función de la obtención de soluciones coherentes a los problemas propuestos.

El razonamiento y la prueba. Dado que se espera que el estudiante se forme para un nivel de educación superior o para ingresar exitosamente en el mercado laboral, se requiere que los estudiantes investiguen, propongan y evalúen diversas conjeturas, que formulen argumentos lógicos apoyados en diversos tipos de razonamientos.

Las comunicaciones. [24] afirma "debido al origen abstracto de las Matemáticas, se requiere, para la comprensión plena de un concepto matemático que el estudiante domine diversos sistemas de representación semióticos para posteriormente realizar articulaciones coherentes entre ellos". Pero cada sistema de representación posee sus propios recursos y normas, luego en el proceso de formación se debe potencializar la comunicación coherente del pensamiento matemático entre pares, docentes u otras personas.

Las conexiones. Desde este proceso se espera que el estudiante comprenda cómo las ideas matemáticas se relacionan y se articulan en un todo de forma coherente, al tiempo que se pueden aplicar en diversos contextos no matemáticos.

Las representaciones. Para poder comunicar es necesario apoyarse en un lenguaje o medio para manifestar sus ideas, y es allí donde las diversas representaciones que se puedan realizar respecto a las ideas matemáticas favorecen el entendimiento de los conceptos. Las representaciones apoyan los procesos de modelización e interpretación de fenómenos en diversos ámbitos como campo de aplicación de las Matemáticas [25].

Con las exigencias de la sociedad del conocimiento, se espera que la educación sea el motor generador de progreso para cualquier país. Luego el proceso pedagógico que se realice en el aula debe orientarse al aprovechamiento óptimo de los recursos disponibles, a despertar la motivación y el interés del estudiante y a facilitar la aprehensión conceptual de los saberes. En esta línea, existen trabajos que propugnan la reflexión del profesor sobre su propia práctica para que este avance y aprenda de la misma, reconociendo la importancia de los procesos matemáticos desde un enfoque ontosemiótico (ESO) [26]. Estos mismos autores han realizado trabajos más recientes en los que analizan la presencia de los procesos matemáticos en las tareas diseñadas por los docentes para la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas [27], [28] desde ese mismo enfoque. Sin embargo, existe otra perspectiva para el análisis de los procesos en la práctica docente, que surge de aquellos procesos inherentes a la interpretación matemática de la cotidianidad, de la vida de los estudiantes, considerando las matemáticas como una herramienta para interpretar la realidad, como plantea [29]. También con esta perspectiva se ha realizado el análisis de la presencia de los procesos en la práctica docente al respecto del concepto de número en maestros de Chile [30]. Las indicaciones para realizar el análisis de las prácticas docentes desde esa perspectiva se ven en el trabajo de [31].

Lo anterior evidencia que existen estudios previos sobre la presencia de los procesos matemáticos en diversos países latinoamericanos [30], pero no se encuentran estudios comparativos entre contextos de habla hispana con ubicaciones geográficas muy distintas, tal como se reseña en esta investigación. Al analizar las características de los sistemas educativos de España y Colombia se observan similitudes como por ejemplo en la organización y denominación de los diversos niveles educativos (infantil o inicial, primaria, secundaria, media o bachillerato y superior o formación profesional); en el proceso de formación y vinculación de docentes donde para el caso español, deben obtener el título de Grado de Maestro en Educación Infantil o Primaria, aunque en la etapa secundaria también admiten a profesionales con formación distinta a la docente pero con la realización de un Máster en Profesorado como requisito. Para el caso de Colombia, se puede acceder como docente siendo Normalista Superior, licenciado o siendo profesional de cualquier área, siempre y cuando realicen al menos un diplomado en el desarrollo de competencias pedagógicas y didácticas. En el caso particular del docente de Matemáticas, en ambos países se resalta la necesidad de que sea Licenciado en ciencias o ingeniero, con el máster del profesorado de secundaria. Finalmente, la principal diferencia observable en ambos sistemas educativos se corresponde al número de grados en cada nivel de formación, por ejemplo, la educación infantil en España tiene tres cursos que se distribuyen en dos ciclos y mientras que en Colombia son tres cursos; así mismo en primaria son seis y cinco cursos, respectivamente.

Por todo lo expuesto, este trabajo tiene por objetivo caracterizar la práctica de una muestra de docentes de Matemáticas en España y Colombia que trabajan en los niveles medios de educación, en el marco de los procesos matemáticos reconocidos por el NCTM.

Es importante resaltar que el análisis comparativo de la presencia de los procesos matemáticos en la práctica docente se hace desde el marco de la NCTM, estándares comunes en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Estos son reconocidos en muchos países, incluidos España y Colombia, y forman parte de sus currículos de Matemáticas, junto con los contenidos matemáticos, constituyendo el conjunto de conocimientos matemáticos que favorecen el desarrollo de la competencia matemática, según [21]. Los procesos matemáticos de la NCTM están muy relacionados con las Competencias matemáticas recogidas en el Programme for International Student Assessment, PISA (https://www.oecd.org/pisa/pisaenespaol.htm), empleada en los países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), [32], [33], [34], [35] y con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) [36], [37].

III. METODOLOGÍA O PROCEDIMIENTOS

El proceso investigativo desarrollado se enmarca en las características del enfoque cuantitativo a nivel descriptivo de corte transversal, puesto que la información ha sido recolectada en un momento específico del año lectivo 2018. La población la conforman la totalidad de docentes que trabajan en los niveles de Educación Básica y Media en las diferentes instituciones educativas de carácter público y privado del departamento Norte de Santander – Colombia, así como de la Comunidad de Castilla La Mancha – España, en el nivel de Educación Primaria. El muestreo utilizado ha sido no probabilístico bajo la técnica de muestreo por conveniencia, considerando el impartir la asignatura de Matemáticas en los niveles de interés, como criterio de inclusión. Se consolidó un tamaño de muestra, compuesto por 232 informantes, de los cuales 105 son españoles y 127 colombianos.

El instrumento considera los procesos matemáticos definidos por el NCTM, que han tenido una notable influencia en la definición de los procesos matemáticos citados en los Lineamientos Curriculares en el caso de Colombia, tal como se menciona en [38]. Además, estos procesos matemáticos se alinean con las competencias evaluadas en las pruebas PISA y las pruebas TIMSS, tal como lo mencionan [39], quienes también se refieren a los Principios y Estándares para la Educación Matemática [20]. En la Tabla 1 se identifica el número de ítems contenidos en cada subcategoría.

Tabla 1: Composición del instrumento.

Categoría	Subcategorías	No. de ítems		
Procesos Matemáticos	Resolución de problemas	7		
	Razonamiento y Prueba	7		
	Conexiones	8		
	Comunicación	7		
	Representación	7		

Fuente: Elaboración propia con base en aportes de [20] y [36].

Las respuestas se presentaron mediante una escala tipo Likert con cinco niveles de acuerdo, variando de 1 a 5, donde la calificación de 1 se asocia con estar Totalmente en desacuerdo, el 2 con estar en desacuerdo, el 3 corresponde a ni en desacuerdo ni de acuerdo (neutro), el 4 con estar de acuerdo, y el 5 con estar totalmente de acuerdo. Para el análisis de los datos, se suman los promedios de los porcentajes de puntuaciones asociados con la percepción negativa (calificaciones de 1 y 2) que indicaban un uso deficiente del indicador asociado al proceso matemático; la postura neutra, que suponía un uso eventual o aceptable del indicador del proceso (promedio de los porcentajes asociados a la calificación de 3); y las puntuaciones con percepción positiva, que indican buen uso de dichos indicadores en el proceso (suma de los porcentajes promedio de las calificaciones de 4 y 5).

IV. RESULTADOS, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

En la Tabla 2 se pueden observar el contraste de la composición de la muestra respecto a las características demográficas y laborales de los informantes en ambos países.

Tabla 2: Características de los integrantes de la muestra

Variable	Opciones de Respuesta	España	Colombia
Género	Femenino	62,9%	51,2%
Genero	Masculino	37,1%	48,8%
Tipo de	Docente	91,5%	90,6%
informante	Docente en formación	8,5%	9,4%
Tipo de Centro	Público	79,0%	70,9%
Educativo	Privado	21,0%	29,1%
	De 21 a 31 años	22,8%	33,1%
Rango de edad	De 32 a 41 años	25,7%	34,6%
	De 42 a 51 años	28,6%	20,5%
	De 52 años o más	22,9%	11,8%

	Infantil	24,8%	3,1%
Etapa en la que	Primaria	39,1%	44,1%
imparte	Secundaria	29,4%	37,0%
docencia	Bachillerato o Media	1,0%	11,8%
	Universidad	5,7%	4,0%
	Normalista	0,0%	0,8%
	Grado o Pregrado	13,3%	11,8%
Estudios	Licenciatura	35,2%	44,9%
realizados	Profesional con	47,6%	41,7%
	diplomatura		
	Doctorado	3,9%	0,8%

Fuente: Elaboración propia.

La Tabla 2, permite identificar que existe predominio del género femenino, siendo el 90% de los docentes en ejercicio, que trabajan principalmente en instituciones públicas orientando los niveles de Educación Básica Primaria y Secundaria, independientemente del país. Se evidencian diferencias en cuanto a la edad, dado que en España más de la mitad de los docentes encuestados tienen al menos 42 años, mientras que en Colombia el 67% tienen edades entre 21 y 41 años. Así mismo, se identificó predominio de profesionales no licenciados laborando como docentes en España por medio de la realización de una diplomatura, mientras que en Colombia el predominio lo tienen los licenciados.

En la Figura 1 se muestran los porcentajes promedio global asociados a cada uno de los procesos matemáticos en los niveles de desempeño deficiente (Figura 1) y bueno (Figura 2) por medio de la cual se pueden analizar los contrastes que se obtienen en opinión de los docentes encuestados.

Se identifica como fortaleza en ambos países, que al menos el 74% de los docentes en la práctica pedagógica, potencian con sus estudiantes los procesos de Resolución de Problemas y Razonamiento y Prueba, siendo en España mucho mayor que en Colombia su implementación. Estos dos procesos son necesarios en el aprendizaje de las Matemáticas puesto que los estudiantes, "...no sólo desarrollan su capacidad de pensamiento y de reflexión lógica, sino que, al mismo tiempo, adquieren un conjunto de instrumentos poderosísimos para explorar la realidad, representarla, explicarla y predecirla", según recoge el MEN [36].

Así mismo, se observa que los procesos de Comunicación y Representación también tienen alto porcentaje de favorabilidad dentro de las actividades de aula adelantadas por los docentes, con comportamientos muy similares en ambos países. Estos dos procesos se articulan y se complementan, ya que por medio de la implementación de diversos registros de representación se facilita el entendimiento y la comunicación de los problemas, sin menoscabo de que esta pueda también realizarse mediante el lenguaje, y que, posteriormente, puedan ser modelados y operados matemáticamente en busca de una solución coherente y diferente.

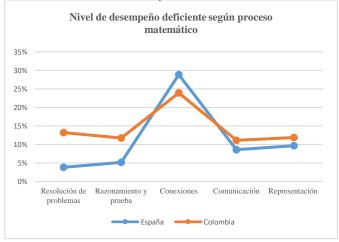


Figura 1: Comparativo de dos niveles de desempeño deficiente por país Fuente: Elaboración propia.

Procesos matemáticos en la práctica pedagógica: un comparativo entre Colombia y España

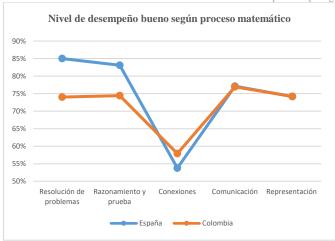


Figura 2: Comparativo de dos niveles de desempeño bueno por país Fuente: Elaboración propia.

De forma complementaria, se evidencia que los ítems asociados al proceso de Conexiones entre los conceptos matemáticos con otras áreas del saber académico o cotidiano del estudiante, dentro de la práctica pedagógica de los docentes en Matemáticas, resulta una actividad poco habitual tanto en España como en Colombia en aproximadamente el 29% y el 24%, de los casos, respectivamente. Este hecho se convierte en un obstáculo para la implementación en el aula de aquello que se menciona en diversas investigaciones y que muy bien se recoge en el documento nacional colombiano, que es que "...el aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al estudiante la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas" [37]. Este objetivo según la información recolectada de la muestra, no se estaría llevando a cabo en la práctica pedagógica en uno de cada tres docentes de Matemáticas. Este aspecto se convierte en un obstáculo tal como resalta [40] y es que una de las condiciones indispensables para que sea posible el aprendizaje significativo es que el estudiante manifieste su disposición de aprender el nuevo contenido. Pero para logarlo es fundamental el comprender aquello que estudia y para que esto ocurra, el estudiante debe relacionar el nuevo contenido con aquello que él sabe o conoce. Por ello se debe propiciar en las actividades matemáticas el establecimiento de las conexiones con el conocimiento que tenga el estudiante, tanto de otras áreas del saber cómo de su propio contexto.

A continuación, en la Tabla 3 se presenta un análisis más detallado de los diversos ítems evaluados en el proceso de Resolución de Problemas. Como se puede observar, según la opinión de los docentes encuestados en ambos países, en el desarrollo de su práctica docente de aula, proponen a sus estudiantes situaciones problema que se originan en su cotidianidad, y diversos tipos de situaciones sobre un mismo concepto, recurriendo al uso de material concreto u otros recursos que faciliten el entendimiento de la situación planteada (en el caso español), mientras que para el docente colombiano resulta también importante, mantener al estudiante motivado y comprometido puesto que ello garantizaría su participación activa. El hecho que el docente contextualice las situaciones problemas al día a día del estudiante, resulta ser coherente con lo que se ha planteado por ejemplo en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas [36], donde se afirma que "las matemáticas son una actividad humana inserta en y condicionada por la cultura y por su historia, en la cual se utilizan distintos recursos lingüísticos y expresivos para plantear y solucionar problemas tanto internos como externos a las matemáticas mismas" (p. 49-50). Además, contribuye al desarrollo de las competencias de planteamiento y resolución de problemas en el alumnado [21].

Por otro lado, se destaca dentro de este proceso matemático, el alto porcentaje de uso deficiente de las preguntas como recurso

didáctico en el aula para facilitar el entendimiento del contexto del problema o del entendimiento de un concepto en el proceso de enseñanza, al tiempo que se identifican conceptos previos y se motiva al estudiante a investigar sobre el tema como actividad de inducción [41], [42].

En lo que respecta a los aspectos motivacionales del estudiante asociados con la resolución de problemas, se evidencia que los docentes informantes manifiestan que promueven la discusión en torno a las estrategias utilizadas y a los resultados obtenidos. Esto es una fortaleza para el aprendizaje matemático, y se considera necesario robustecer este tipo de actividades para que el estudiante tome conciencia de la validez del resultado obtenido en el contexto del problema, evitando así la pérdida de sensibilidad ante el error o la incoherencia de los resultados.

Tabla 3: Porcentaje de desempeño de los docentes en el proceso de resolución de problemas.

Resolución de	España			Colombia		
Problemas	Defici ente	Acepta ble	Bueno	Defici ente	Acepta ble	Bueno
Plantea usted situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, con analogías paralelas; con material manipulable o concreto sobre el que trabajar; material pictórico).	3,8%	8,6%	87,6%	19,0%	11,0%	70,1%
Contextualiza las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes.	1,9%	8,6%	89,5%	10,3%	6,3%	83,4%
Propone situaciones problemáticas de diversos tipos sobre el mismo concepto matemático.	1,0%	10,5%	88,5%	14,2%	7,1%	78,7%
Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para solucionar el problema.	6,7%	18,1%	75,2%	13,4%	25,2%	61,4%
Permite al alumno usar material concreto y/o pictórico con apoyo oral para que trabajen en la resolución de problemas.	4,8%	8,6%	86,6%	11,8%	15,0%	73,2%
Mantiene al alumno comprometidos y participando activamente en el proceso de resolución de problemas.	4,8%	11,4%	83,8%	11,0%	9,4%	79,6%
Promueve la discusión en torno a las estrategias de resolución de problemas y los resultados.	3,8%	12,4%	83,8%	12,6%	15,7%	71,7%
Promedio	3,8%	11,2%	85,0%	13,2%	12,8%	74,0%

Fuente: Elaboración propia.

La Tabla 4 describe los diversos aspectos considerados en el proceso de Razonamiento y Prueba. A nivel general, los docentes españoles manifiestan una postura más favorable con la incorporación de estas actividades en comparación con los docentes colombianos. Se destaca que los docentes encuestados afirman que en sus clases promueven el razonamiento matemático de sus estudiantes, a través de situaciones que invitan a descubrir, analizar y proponer diversas alternativas de posibles soluciones apoyados en la formulación de preguntas. Algunos docentes afirman que se apoyan en el método de prueba y error como actividad exploratoria, lo que garantizaría el desarrollo de la competencia de pensamiento, razonamiento y argumentación en el alumnado [21]. Estas actividades resultan coherentes con la importancia que el proceso de razonamiento recibe en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas [36], que afirma: El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones.

Se destaca como un aspecto positivo el hecho de que un considerable porcentaje de docentes en ambos países afirman que plantean interrogantes para ayudar a los estudiantes a argumentar sus respuestas, es decir, que recurren a este recurso didáctico para

propiciar espacios de reflexión, pero esta conducta no se observa en la totalidad de los informantes, lo cual se visualiza como una debilidad.

Tabla 4: Porcentaje de desempeño de los docentes en el proceso de razonamiento y prueba.

Razonamiento y	España			Colombia		
prueba	Defici ente	Acepta ble	Bueno	Defici ente	Acepta ble	Bueno
Invita a los estudiantes a hacer sus propias conjeturas, empleando, por ejemplo, prueba y error.	2,9%	10,5%	86,6%	10,3%	20,5%	69,2%
Permite que los propios estudiantes descubran, analicen y propongan diversas vías de resolución.	3,8%	3,8%	92,4%	13,4%	18,1%	68,5%
Pide a los estudiantes que expliquen, justifiquen o argumenten las estrategias o técnicas que utilizaron durante la resolución.	3,8%	8,6%	87,6%	12,6%	7,9%	79,5%
Plantea interrogantes para ayudar a que los estudiantes argumenten sus respuestas.	2,9%	5,7%	91,4%	10,3%	10,2%	79,5%
Promueve que los estudiantes comprueben conjeturas de la vida cotidiana.	4,8%	18,1%	77,1%	9,5%	12,6%	77,9%
Promueve el apoyo del razonamiento matemático.	1,9%	5,7%	92,4%	12,6%	8,7%	78,7%
Entrega retroalimentación con material concreto manipulativo.	16,2%	29,5%	54,3%	13,4%	18,9%	67,7%
Promedio	5,2%	11,7%	83,1%	11,7%	13,8%	74,4%

Fuente: Elaboración propia.

La Tabla 5 describe los diversos aspectos considerados en el proceso de Conexiones, por medio del que se puede evidenciar a nivel general, que las actividades realizadas en el aula por los docentes encuestados parten de situaciones o experiencias cotidianas donde se aplican conceptos matemáticos sencillos para luego avanzar a conceptos más formales. Sin embargo, ellos manifiestan que en sus clases nunca han asociado los conceptos matemáticos con áreas tales como la música, la literatura infantil, la expresión artística o los procesos psicomotrices. En este sentido, se destaca que la falta de tratamiento de aspectos matemáticos desde otras disciplinas, como afirma [43], no tiene sentido, pues no puede pensarse la actividad matemática de manera aislada, sin ubicar a esta persona en el contexto amplio de influencias históricas, sociales y culturales que explican en parte sus acciones.

Esto último, contraviene lo afirmado en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas [37], donde se menciona que el saber matemático debe verse reflejado en situaciones problemáticas asociados con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende, es decir, debe verse reflejado en situaciones de las mismas matemáticas, de la vida diaria y de las otras ciencias.

Tabla 5: Porcentaje de desempeño de los docentes en el proceso de conexiones.

~ .	España			Colombia		
Conexiones	Defici ente	Acepta ble	Bueno	Defici ente	Acepta ble	Bueno
Considera las experiencias matemáticas cotidianas de los estudiantes para avanzar hacia las matemáticas más formales.	4,8%	14,3%	80,9%	13,4%	15,0%	71,6%
Realiza conexiones entre diversos contenidos matemáticos.	4,8%	5,7%	89,5%	11,8%	7,1%	81,1%
Desarrolla actividades matemáticas vinculadas a contextos musicales.	61,0%	22,9%	16,1%	40,9%	28,3%	30,8%
Trabaja las matemáticas vinculándolas con la literatura infantil.	58,1%	22,9%	19,0%	38,6%	22,0%	39,4%
Relaciona las matemáticas con la expresión artística.	35,2%	24,8%	40,0%	30,7%	24,4%	44,9%
Genera conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad.	44,8%	25,7%	29,5%	25,2%	22,8%	52,0%
Promueve que los estudiantes apliquen el conocimiento matemático a	3,9%	6,7%	89,4%	13,4%	10,2%	76,4%

las situaciones de la vida cotidiana.						
Promueve que los estudiantes apliquen el conocimiento matemático en el contexto de la naturaleza, tratando fenómenos naturales.	18,1%	16,2%	65,7%	17,3%	15,7%	67,0%
Promedio	28.8%	17.4%	53.8%	23,9%	18.2%	57.9%

Fuente: Elaboración propia.

V. CONCLUSIONES

Dando respuesta al objetivo propuesto en este trabajo se puede concluir que los docentes afirman que promueven y potencian varios de estos procesos en el trabajo que realizan en las aulas con sus estudiantes. De los cinco procesos matemáticos definidos por el NCTM principalmente la resolución de problemas, el razonamiento y prueba, la comunicación y la representación, resultaron ser los más utilizados. Se manifiesta como una fortaleza que en la Resolución de problemas los docentes afirman que proponen situaciones cotidianas que despierten el interés de los estudiantes con el fin de que, en el transcurso de diseño e implementación de diversas estrategias de solución, ellos propicien la construcción de nuevo conocimiento matemático, en muchos casos apoyado con material concreto.

Hay que destacar como limitación de esta investigación que el instrumento empleado aplicó los ítems definidos por la NCTM en cuanto a la resolución de problemas como un proceso matemático que evidencia la apropiación conceptual de saberes, pero no consideró lo que el docente entiende por problema [43], o lo que se entiende por enseñar mediante la resolución de problemas [44]. Sería importante analizar este aspecto, pues en la bibliografía se reporta que muchos maestros no diferencian entre enseñar a resolver problemas, y la enseñanza mediante la resolución de problemas [45], lo cual, por otro lado, sería lo ideal en educación matemática. El alto porcentaje de maestros que en este trabajo reconocen que utilizan la resolución de problemas como recurso pedagógico en el trabajo de aula, sugiere un análisis más profundo sobre sus consideraciones de ¿qué es un problema? y ¿qué entienden por emplear la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas?, lo cual constituiría una ampliación de la presente investigación en el futuro. Las opiniones de los docentes coinciden con lo afirmado por [25], en cuanto a que en el proceso de enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos se debe enfrentar a los estudiantes a tareas que les den la oportunidad de construir conceptos, investigar relaciones, explicarlas, probarlas y demostrarlas, y ello solamente por medio de la resolución de problemas.

Otro proceso que manifiesta alta presencia en las prácticas de aula, según los docentes, es el de Razonamiento y Prueba. Es evidente su importancia en el desarrollo de la investigación formativa que se espera se propicie, de forma que a medida que el estudiante avanza en los diversos grados de su formación académica, éste desarrolle las competencias para indagar alrededor de un tema. Esto puede posiblemente originarse desde la formulación de una pregunta o una situación en contexto (propuesta por el docente), para así formular posibles explicaciones del por qué suceden los hechos en el contexto en estudio (conjeturar o emisión de hipótesis a comprobar). A partir de esta formulación de posibles hipótesis, se realizaría su validación desde el procesamiento y análisis de datos, para finalizar con la contextualización de los resultados obtenidos. Con lo anterior, es evidente que el proceso de razonamiento es necesario y muy importante en la búsqueda de posibles alternativas de solución ante situaciones problema propuestas, lo que resulta contrario a lo concluido por [16] en su investigación quien resalta que la alta instrumentalización de las Matemáticas no ha favorecido en el estudiante el desarrollo de una actitud crítica ante el abordaje de las diversas actividades propuestas en el aula.

Con relación a los procesos de Representación y Comunicación, los docentes encuestados afirman que hacen uso de diversos registros de representación semiótica coincidiendo con lo afirmado en [25], definiendo a sus estudiantes los recursos y reglas que regulan su uso en cada registro de representación, y que promueven la articulación coherente de ellos en el proceso de actividad matemática, luego se muestra como una fortaleza en el proceso pedagógico. Estos resultados son coherentes con las conclusiones en [47] quienes se apoyan en lo afirmado por Duval para resaltar que el cambio de registros semióticos en el aprendizaje de conceptos matemáticos es una tarea progresiva que requiere de reforzamiento, luego debe ser una actividad a desarrollar en cada clase de Matemáticas.

En cuanto al proceso de Conexiones, los docentes afirman que proponen experiencias matemáticas cotidianas de los estudiantes, para, a partir de ellas, articular diversos conceptos matemáticos siendo coherente con lo citado en [36] y [37]. Sin embargo, despierta la curiosidad que cuando se menciona el proponer situaciones matemáticas a partir de diversos contextos del estudiante, los docentes nunca consideran como posibles contextos de aplicación la literatura infantil, la música o las actividades lúdicas en las que los estudiantes se divierten; luego se podría afirmar que los docentes están proponiendo situaciones cotidianas del estudiante pero desde su percepción, desconociendo sus intereses, gustos o afinidades, siendo una oportunidad valiosa para despertar el interés del estudiante por el estudio de las Matemáticas ya que al acercarla a su cotidianidad no le parece tan ajena a su vida tal como se menciona en [19] y [20].

Sin ser el objetivo de esta investigación, al comparar los procesos matemáticos propuestos por el NCTM con los mencionados en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas emanados del Ministerio de Educación Nacional en Colombia, se observan que son semejantes, pues estos últimos contemplan los procesos de resolución de problemas, razonamiento y comunicación. Sin embargo, explícitamente en la normativa colombiana no se define el proceso de Conexiones, aunque si se establece que los conceptos matemáticos deben abordar situaciones problema en el contexto de las matemáticas, de la vida diaria del estudiante y de las otras ciencias.

¿Pueden estas conclusiones generalizarse a la totalidad de docentes de cada comunidad en cada país? Como se indica en la metodología, se recurrió a un proceso de selección no probabilístico, aspecto que impide la generalización de los resultados; pero sí se observan similitudes con diversas antecedentes investigativos que se han adelantado de forma independiente en cada país. Luego se podría concluir que estos resultados se convierten en un antecedente investigativo que sugiere posibles líneas futuras de investigación.

Por otro lado, ante este panorama identificado con los docentes encuestados surge la duda siguiente: Si los docentes están implementando todos estos procesos en el aula, ¿por qué razón los niveles de desempeño y apropiación conceptual de los estudiantes son tan bajos? Pareciera que en realidad existieran dos currículos distintos: el que el docente propone en su planeación curricular, y el que realmente desarrolla en el aula. Por ello, en una investigación futura, se espera incorporar otras fuentes de información al respecto de la práctica docente, tales como la percepción de los estudiantes o la observación del trabajo en el aula, para así poder validar la veracidad de lo afirmado por los docentes.

VI. REFERENCIAS

- M. Delgado, "La educación básica y media en Colombia: retos en equidad y calidad", Informe Final, Bogotá, Colombia: FEDESARROLLO, 2014.
- [2] A. Gamboa-Suárez, "Docencia, investigación y gestión: Reflexiones sobre su papel en la calidad de la educación superior", Revista Perspectivas, vol. 1, nº 1, pp. 81-90, 2016.

- [3] P. Gómez, "Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria", Granada, España: Universidad de Granada, 2007.
- [4] B. Hunt, "Efectividad del desempeño docente. Una reseña de la literatura internacional y su relevancia para mejorar la educación en América Latina", Programa de Promoción de la Reforma Educativa en América Latina y el Caribe (PREAL), 2009
- [5] D. Raczynski y G. Muñoz, "Efectividad escolar y cambio educativo en condiciones de pobreza en Chile", Santiago de Chile: Ministerio de Educación, 2005.
- [6] A. Martín-Cuadrado, "Competencias del estudiante autorregulado y los estilos de aprendizaje", Journal of Learning Styles, vol. 4, nº 8, pp. 36-148, 2011.
- [7] E. Canul y E. Aparicio, "Actitudes generalizadas sobre la enseñanza de la matemática en el nivel medio", de Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 2008.
- [8] C. Hernández-Suárez, R. Prada-Núñez y A. Gamboa-Suaréz, "Conocimiento y uso del lenguaje matemático en la formación inicial de docentes en matemáticas", Revista de Investigación Desarrollo e Innovación: RIDI, vol. 7, nº 2, pp. 287-299, 2017.
- [9] E. Santaolalla, "Matemáticas y estilos de aprendizaje"; Revista de estilos de aprendizaje, vol. 2, nº 4, pp. 67-83, 2009.
- [10] A. De Camilloni, S. Celman, E. Litwin y M. Palou De Maté, La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo, Argentina: Paidós Educador, 1998.
- [11] S. González-Tejero y R. Pons, "El Constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación", REDIE. Revista Electrónica de Investigación Educativa, vol. 13, nº 1, pp. 1-27, 2011
- [12] ICFES, Resultados de Colombia en TIMSS 2007. Resumen Ejecutivo, Evaluaciones Internacionales. Informe, Bogotá, D.C, 2010
- [13] Instituto Nacional de Educación Evaluativa, "TIMSS 2015. Informe español", Educainee • Boletín de educación, nº 50, pp. 1-4, 2016.
- [14] J. Cassasus, S. Cusato, J. Froemel y J. Palafox, "Primer estudio internacional comparativo: sobre lenguaje, matemática y factores asociados para alumnos del tercer y cuarto grado de la educación básica. Segundo informe, Santiago de Chile: Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación", Santiago de Chile: UNESCO, 2000.
- [15] Á. Gutiérrez, "Perspectiva de la Investigación en Didáctica de las Matemáticas", Revista Investigación en la Escuela, vol. 69, pp. 61-72, 2009.
- [16] F. Barrera-Osorio, D. Maldonado y C. Rodríguez, "Calidad de la educación básica y media en Colombia: diagnóstico y propuestas, Universidad del Rosario, 2012.
- [17] National Research Council, "Next Generation Science Standards: For States", Washington DC: The National Academies Press, 2013.
- [18] National Council Of Teachers of Mathematics, "De los Principios para la Acción. Resumen Ejecutivo", NCTM, 2014.
- [19] NCTM, "Principles and Standards for School Mathematics, National Council of Teachers of Mathematics", Reston: VA, 2000.
- [20] NCTM, "Principios y Estándares para la Educación Matemática", Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 2003.
- [21] A. Alsina, "Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave", Números, pp. 5-28, 2014.
- [22] J. Godino, C. Batanero y V. Font, "Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para maestros", Granada, España: Universidad de Granada, 2003.
- [23] J. Godino, C. Batanero y V. Font, "Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas", de Didáctica de las Matemáticas para Maestros, Granada, España, Universidad de Granada, 2004, pp. 5-153.
- [24] R. Duval, "Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación", La Gaceta

- de la Real Sociedad Matemática Española, vol. 9, nº 1, pp. 143-168, 2006.
- [25] E. L. Fernández Nieto, "La geometría para la vida y su enseñanza", Aibi revista investig. adm. ing., vol. 6, n.º 1, pp. 33-61, ene. 2018.
- [26] J. Godino, V. Font y M. Wilhelmi, "Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico", Publicaciones, vol. 38, pp. 25-48, 2008.
- [27] B. Giacomone, J. Godino, M. Wilhelmi y T. Blanco, "Reconocimiento de prácticas, objetos y procesos en la resolución de tareas matemáticas: una competencia del profesor de matemáticas", de Investigación en Educación Matemática XX, Málaga, SEIEM, 2016, pp. 269-277.
- [28] J. Godino, B. Giacomone, M. Wilhelmi y T. Blanco, "Configuraciones de prácticas, objetos y procesos imbricadas en la visualización espacial y el razonamiento diagramático", Departamento de Didáctica de la Matemática, 2015.
- [29] Á. Alsina, "Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil", Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia, vol. 1, nº 1, pp. 1-14, 2012.
- [30] C. Coronata, «Presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número de 4 a 8 años. Transición entre la educación infantil y elemental", Tesis Doctoral, Universitat de Girona, 2014.
- [31] C. Coronata y Á. Alsina, "Pauta para el análisis de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza de conocimientos numéricos en las primeras edades. Actas del VII CIBEM. ISSN: 2301(0797), 1435", de Actas del VII CIBEM, Montevideo, Uruguay, 2017.
- [32] OCDE, "Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias, Versión preliminar", Paris: OECD Publishing, 2017.
- [33] OECD, "PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy PISA", Paris: OECD Publishing, 2016.
- [34] OECD, "PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy", Paris: OECD Publishing, 2013.
- [35] OECD, "PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem-Solving Knowledge and Skills", Paris: OECD Publishing, 2004.
- [36] Ministerio de Educación Nacional (MEN), "Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas", Bogotá: MEN, 2006.
- [37] Ministerio de Educación Nacional (MEN), "Lineaminetos curriculares en matemáticas", Bogotá: MEN, 1998.
- [38] C. De Castro, E. Molina, M. Gutiérrez, S. Martínez y B. Escorial, "Resolución de problemas para el desarrollo de la competencia matemática en Educación Infantil", Números, vol. 80, pp. 53-70, 2012.
- [39] A. Ruiz y J. Chavarría, "Los "estándares" en la educación matemática de los Estados Unidos: contexto, reforma y lecciones", Uniciencia, vol. 20, nº 2, pp. 379-391, 2003.
- [40] V. Font, "Motivación y dificultades de aprendizaje en matemáticas", Suma, vol. 17, pp. 10-16, 1994.
- [41] M. Díaz y Á. Poblete, "Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula", Números, vol. 45, pp. 33-41, 2001.
- [42] O. Zuleta, "La pedagogía de la pregunta: Una contribución para el aprendizaje", Educere, vol. 9, nº 28, pp. 115-119, 2005.
- [43] N. Planas, "Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: reflexiones y datos bibliométricos", de Investigación en educación matemática XIV, Lleida, Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM, 2010, pp. 163-195.
- [44] J. Cárdenas, L. Blanco, E. Guerrero y R. Gómez, "Lo que se evalúa y no se evalúa en laresolución de problemas. Algunos resultados de una prueba piloto", de Comunicación en el encuentro del grupo Conocimiento y Desarrollo Profesional Docente de la SEIEM, Huelva, España, 2012.
- [45] B. Blanco y L. Blanco, "Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria", Números, vol. 71, pp. 75-85, 2009.

- [46] C. Gaulin, "Tendencias actuales de la resolución de problemas", Sigma, vol. 19, pp. 51-63, 2001.
- [47] R. Prada-Núñez, C.A. Hernández-Suárez y P. Ramírez-Leal, "Comprensión de la noción de función y la articulación de los registros semióticos que la representan entre estudiantes que ingresan a un programa de ingeniería", Revista Científica, vol 25, pp. 188-205, 2016.