



Impacto del aprendizaje basado en problemas (ABP) en el desarrollo del pensamiento variacional en contextos algebraicos y analíticos: una revisión de antecedentes en Colombia.

Impact of problem-based learning (PBL) on the development of variational thinking in algebraic and analytical contexts: a review of backgrounds in Colombia.

Victor Alfonso Pérez-Salamanca¹

¹Tecnologico de Antioquia Institución Univesrsitaria, Medellín - Colombia

ORCID: [1009-0001-7413-1770](https://orcid.org/1009-0001-7413-1770)

Recibido: 07 de julio de 2024.

Aceptado: 03 de noviembre de 2024.

Publicado: 01 de enero de 2025.

Resumen- El presente artículo de investigación se basa en una revisión documental para delinear el objeto de estudio, sobre el desarrollo del Pensamiento Variacional empleando el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en el ámbito educativo. De este modo, se establecieron relaciones entre artículos similares para construir una base teórica sólida y se realizó una búsqueda exhaustiva de fuentes relevantes.

Por otro lado, el Pensamiento Variacional se destaca por su capacidad de establecer relaciones entre variables y generar sistemas mentales dinámicos. Asimismo, se analiza su relación con la enseñanza de las matemáticas y el uso del ABP. En efecto, la metodología de enseñanza propuesta se enfocó en la reflexión argumentativa y la transformación de representaciones semióticas. Asimismo, se hizo hincapié en la importancia del ABP en la educación actual, promoviendo el pensamiento crítico y la resolución de problemas, habilidades esenciales para el siglo XXI. En conclusión, la investigación se respaldó en referencias bibliográficas y se analizaron los datos mediante la Matriz de Análisis. En consecuencia, el artículo contribuye al estado del arte en el área del Pensamiento Variacional y brinda aportes teóricos y metodológicos relevantes.

Palabras clave: álgebra, competencias matemáticas, matemáticas, pensamiento variacional, proceso de enseñanza-aprendizaje.

Abstract— This research article is based on a documentary review to outline the object of study, on the development of Variational Thinking using Problem-Based Learning (PBL) in the educational field. In this way, relationships were established between similar articles to build a solid theoretical basis and an exhaustive search of relevant sources was carried out. On the other hand, Variational Thinking stands out for its ability to establish relationships between variables and generate dynamic mental systems. It also analyzes its relationship with the teaching of mathematics and the use of PBL. In effect, the proposed teaching methodology focused on argumentative reflection and the transformation of semiotic representations. Emphasis was also placed on the importance of PBL in current education, promoting critical thinking and problem solving, essential skills for the 21st century. In conclusion, the research was supported by bibliographical references and the data were analyzed through the Analysis Matrix. Consequently, the article contributes to the state of the art in the area of Variational Thinking and provides relevant theoretical and methodological contributions.

Keywords: algebra, mathematical skills, mathematics, variational thinking, teaching-learning process.

*Autor para correspondencia.

Correo electrónico: victor.perez@ievilladelacandelaria.edu.co (Victor Alfonso Pérez Salamanca).

La revisión por pares es responsabilidad de la Universidad de Santander.

Este es un artículo bajo la licencia CC BY (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Como citar este artículo: V. A. Pérez-Salamanca, "Impacto del aprendizaje basado en problemas (ABP) en el desarrollo del pensamiento variacional en contextos algebraicos y analíticos: una revisión de antecedentes en Colombia", *Aibi revista de investigación, administración e ingeniería*, vol. 13, no. 1, pp. 224-233 2025, doi: [10.15649/2346030X.4383](https://doi.org/10.15649/2346030X.4383)



I. INTRODUCCIÓN

A principios del año 2000, educadores innovadores en Colombia comenzaron a implementar el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en algunas instituciones educativas, como lo mencionan Padilla Doria y Flórez Nisperuza [1]. Desde entonces, el ABP ha emergido como una metodología en el campo educativo innovador, fundamentada en teorías constructivistas. Igualmente, esta metodología promueve un aprendizaje activo y centrado en el estudiante, como lo mencionan Lavado-Puente et al. [2], quienes demuestran que el ABP es un método efectivo y significativo en la educación. Además, Sarnoko et al. [3] destacan que el ABP sigue siendo un modelo innovador frecuentemente implementado en la educación del siglo XXI, con el propósito de desarrollar las competencias interpersonales en los estudiantes.

En el marco de las teorías del aprendizaje, Vygotsky (1978), citado por Bolaño Muñoz [4], postula que el aprendizaje surge de procesos históricos y sociales donde el lenguaje desempeña un papel crucial, resaltando la influencia del entorno social en la educación. Por su parte, Piaget (1978) explica cómo las personas comprenden el mundo mediante la interacción entre inteligencia, ambiente y factores genéticos, enfocándose en los procesos de asimilación y acomodación para integrar nueva información. Desde la perspectiva de Ausubel (1973), el aprendizaje significativo implica la integración de nueva información con estructuras cognitivas previas, facilitando una comprensión profunda y aplicable del conocimiento de la vida del estudiante.

Con respecto al ABP, se explora cómo el constructivismo, el diseño instruccional y la enseñanza se interrelacionan. Según, Savery [5], el constructivismo sostiene que el conocimiento se construye activamente. No obstante, hay tres principios primarios del aprendizaje que son la construcción activa del conocimiento, el aprendizaje situado y el ABP. Asimismo, hay ocho principios instruccionales son: contexto real, exploración, reflexión, colaboración, recursos variados, adaptación, evaluación formativa y estrategias metacognitivas. De este modo, se presenta un modelo de ABP que incluye definición de problemas, resolución, colaboración, guía del instructor y evaluación. En consecuencia, la educación formal persigue de manera constante el desarrollo de capacidades utilizando estrategias innovadoras para satisfacer la adquisición de conocimientos. En este contexto, el ABP es uno de los métodos más aplicados, y sus resultados han sido documentados e investigados [6].

Según los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del Ministerio de Educación de Colombia (1998), el Pensamiento Variacional se define como la capacidad para identificar, formular y resolver problemas mediante la variación sistemática de condiciones y parámetros. Este tipo de pensamiento es esencial para desarrollar competencias cognitivas avanzadas, permitiendo a los estudiantes enfrentar problemas dinámicos de manera efectiva. Además, el MEN subraya la importancia de fortalecer el Pensamiento Variacional para fomentar un razonamiento adaptativo, crucial en áreas como matemáticas, física e ingeniería, donde los desafíos exigen ajuste y reevaluación de estrategias en el aula. En este contexto, la modelación matemática [7], como proceso que incluye fases conocidas como el ciclo de modelación, juega un papel clave, ya que permite identificar fenómenos del "mundo real", observarlos, experimentarlos, y construir modelos representativos mediante simplificaciones. Así, se apoya el desarrollo del Pensamiento Variacional en los Sistemas Algebraicos y Analíticos a través del ABP.

Ahora, partiendo de la premisa de que los estudiantes aprenden mejor cuando son desafiados con problemas auténticos y significativos; de este modo, por medio del ABP ayuda a la resolución de problemas reales que requieren la aplicación de conocimientos y habilidades en diferentes contextos. Así, según Salsabila et al. [8], el aprendizaje de las matemáticas es una de las disciplinas que pueden preparar a los estudiantes para competir en un entorno de progreso global; se espera que, al aprender matemáticas, los estudiantes sean capaces de aplicar el pensamiento matemático para resolver tanto problemas rutinarios como no rutinarios.

Desde esta perspectiva, según los Lineamientos Curriculares en Matemáticas del Ministerio Nacional de Colombia MEN (1998) de Colombia, reconocen que el Pensamiento Variacional es clave para la resolución de problemas en diversas áreas del conocimiento, ya que implica la capacidad de identificar, analizar y relacionar variables en situaciones cotidianas. De este modo, permite a los estudiantes asimilar las oportunidades y desafíos que el ABP ofrece para potenciar el desarrollo del Pensamiento Variacional, así como las posibles barreras que se pueden surgir, por la capacidad de comprender y analizar las variaciones de cambio en los fenómenos y conceptos. Por su parte, Damayanti y Susiswo [9] destacan que la aplicación de medidas de un ABP podría mejorar las habilidades de resolución de problemas matemáticos de los estudiantes, particularmente en temas relacionados con los sistemas de ecuaciones lineales de dos variables, contribuyendo significativamente al fortalecimiento del Pensamiento Variacional.

Asimismo, el ABP, por su parte, proporciona una amplia escala de recursos que pueden facilitar y enriquecer el desarrollo de este tipo de pensamiento matemático, teniendo en cuenta las características del entorno y las necesidades del individuo (estudiante). De acuerdo con Maskar y Herman [10], los resultados de observaciones y entrevistas indican una relación entre esta metodología y el desempeño de los estudiantes en clase. La mayoría de los estudiantes muestra un bajo rendimiento en la comprensión de conceptos de funciones lineales.

Es importante considerar que, aunque el ABP tiene potencial para mejorar el desarrollo de cualquier pensamiento matemático estipulado por los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del MEN (1998), su implementación efectiva puede enfrentar desafíos específicos. Estos desafíos incluyen la necesidad de adaptar los recursos educativos a las características del entorno y a las necesidades individuales. Según Ke et al. [11], las tareas matemáticas basadas en juegos orientados en la problematización con características de estructuración han mejorado el razonamiento de los estudiantes frente a problemas y los han encaminado a practicar matemáticas de manera positiva.

Por otra parte, según el informe de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico OCDE [12], el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos PISA, se utiliza como una herramienta de evaluación en muchas regiones del mundo. Fue implementada en 43 países y economías en la primera evaluación (32 en 2000 y 11 en 2002), 41 en la segunda evaluación (2003), 57 en la tercera evaluación (2006), 75 en la cuarta evaluación (65 en 2009 y 10 en 2010), 65 en la quinta evaluación (2012), 72 en la sexta evaluación (2015) y 79 en la séptima evaluación (2018). En 2022, 81 países y economías participaron en PISA.

No obstante, en este contexto es relevante señalar que, según informe de la OCDE [13], las Prueba PISA sirve como argumento para referirse al desempeño del estudiante y a la calidad del sistema educativo de los países miembros de la organización. Sin embargo, los estudiantes de Colombia obtuvieron un rendimiento inferior a la media de la OCDE en lectura (412 puntos), matemáticas (391) y ciencias (413), similar al de Albania, México, Macedonia del Norte y Qatar. Aunque el rendimiento en lectura en 2018 fue menor que en 2015, ha mejorado en todas las materias desde su primera participación en PISA en 2006.

En particular, en matemáticas, según la OCDE (2023), cerca del 35% de los estudiantes de Colombia alcanzaron el nivel 2 o superior en matemáticas, en comparación con el 76% de la media de la OCDE. Estos estudiantes son capaces de interpretar y reconocer, sin instrucciones directas, cómo representar matemáticamente una situación simple, como comparar distancias entre dos rutas alternativas o convertir precios a otra moneda. De este modo, el porcentaje de estudiantes de 15 años que alcanzaron niveles mínimos de competencia en matemáticas (nivel 2 o superior) varió ampliamente, desde el 98% en Beijing, Shanghái, Jiangsu y Zhejiang (China) hasta el 2% en Zambia. En promedio, el 76% de los estudiantes en todos los países de la OCDE alcanzaron al menos el Nivel 2 de competencia en matemáticas.

Por tal motivo, es necesario que se tomen medidas urgentes y drásticas en el ámbito educativo, involucrando a los directivos docentes, padres de familia, los docentes y la sociedad en general, con el fin de revertir esta tendencia y garantizar una educación de calidad para todos los estudiantes del país. En consecuencia, es importante enfatizar la participación de los padres de familia en la educación de los estudiantes. De tal modo, el apoyo y la motivación en casa pueden marcar una gran diferencia en el rendimiento académico del estudiantado en Colombia. De acuerdo con López-Rodríguez [14], en los procesos de innovación docente respaldados por las TIC, el docente debe buscar el fortalecimiento de un enfoque integral de formación. Esto implica reconocer las competencias básicas que posee, utilizar y aplicar adecuadamente los contenidos temáticos de cada asignatura, y fomentar la innovación para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

No obstante, el MEN (2013) de Colombia, se ha efectuado una nueva estrategia para el desarrollo de “Competencias TIC en los docentes”. De este modo, esta estrategia tiene como propósito fundamental que los docentes aumenten sus conocimientos y habilidades en temas relacionados con tecnología, y que puedan aplicarlos en el aula con los estudiantes. Según Maxworth [15], la experimentación virtual resulta atractiva porque se puede integrar fácilmente en las actividades de aula dirigidas por un instructor. En este enfoque, el instructor enseña un concepto y realiza una actividad de simulación con los estudiantes asociados de la experimentación real. Además, el MEN (2013), reconoce la importancia de que los docentes cuenten con herramientas pedagógicas innovadoras y metodologías flexibles, que les permitan brindar una “Educación de Calidad” a los estudiantes, para efectuar una estrategia didáctica adecuada. Por esta razón, se ha hecho necesario desarrollar una herramienta que pueda ayudar a solucionar esta problemática, y es aquí donde entra en juego el ABP.

En efecto, el ABP se basa fundamenta en la premisa de que los estudiantes aprenden mejor cuando se les presenta un problema desafiante por parte del docente, en lugar de recibir información de forma pasiva. Por ejemplo, Cholily y Suwandayani [16], mencionan que la principal herramienta para aprender matemáticas y el propósito del aprendizaje matemático es la resolución de problemas. Este enfoque considera que resolver es una parte integral del proceso matemático, ya que facilita el desarrollo conceptual de fórmulas en lugar de simplemente proporcionarlas a los estudiantes. De este modo, cuando los estudiantes desarrollan estas fórmulas, adquieren una comprensión conceptual de las relaciones subyacentes y pueden participar activamente en procesos matemáticos de la vida cotidiana.

Según Díaz [17], el ABP se destaca por su enfoque pedagógico centrado en el estudiante, que facilita una enseñanza personalizada respetuosa con la diversidad de talentos e intereses individuales. Al enfrentarse a un problema real, los estudiantes no solamente investigan y analizan diversas soluciones posibles, sino que también diseñan y ejecutan actividades innovadoras. Esto incluye la resolución de problemas prácticos que requieren la aplicación de conceptos matemáticos específicos, promoviendo así un aprendizaje significativo y el desarrollo de habilidades críticas.

Estas actividades pedagógicas fomentan el pensamiento crítico, la resolución de problemas y el trabajo en equipo, al tiempo que promueven el aprendizaje basado en problemas y el Pensamiento Variacional. Asimismo, estas actividades pedagógicas innovadoras hacen que las matemáticas sean más interesantes y aplicables en la vida cotidiana de los estudiantes. Según Aisyah y Usdiyana [18], la implementación de un modelo de ABP implica que los estudiantes se enfrentan a problemas estrechamente relacionados con sus experiencias diarias, subrayando así la necesidad de establecer conexiones matemáticas prácticas en el entorno.

No obstante, el problema de investigación relacionado con el objeto de estudio, se hizo necesario respaldarse en los trabajos existentes y artículos de investigación. Al revisar estos recursos sobre el tema, se logra obtener una visión general del artículo en relación a la enseñanza de las matemáticas justificadas en el ABP. En efecto, estos trabajos de investigación, según lo mencionado por Torres-Valencia [19], ofrecen una comprensión de los procesos de transición de la aritmética al álgebra, teniendo en cuenta los elementos esenciales que caracterizan el desarrollo del Pensamiento Variacional.

Por su parte, el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) se destaca por su enfoque en la adquisición de conocimientos y habilidades a través de la resolución de problemas y situaciones reales. En matemáticas, especialmente en el Pensamiento Variacional, el ABP puede fomentar la creatividad, el análisis y la resolución de problemas. Según Quiroz-Rosas [20], en la actualidad la Inteligencia Artificial (IA), se configura como una herramienta adicional en este proceso, proporcionando características como el aprendizaje y la evaluación adaptativa para cada estudiante. Por lo tanto, el docente debe prestar especial atención tanto en el diseño como en la implementación de estrategias adecuadas durante las clases presenciales para desarrollar el pensamiento analítico-crítico de sus estudiantes con el apoyo de la IA. Recientemente, la IA ha emergido como una herramienta transformadora en el ámbito educativo, revolucionando la manera en que se aprenden las matemáticas y la física en las instituciones universitarias [21].

Por otro lado, el ABP como lo mencionan Čubela et al. [22], se basa en el aprendizaje significativo, que conecta nuevos conocimientos con experiencias previas para integrarlos de manera útil en la vida cotidiana del estudiante. Este enfoque promueve un aprendizaje más profundo y duradero. En consecuencia, en un curso estructurado de esta manera, los educadores actúan como facilitadores que guían el aprendizaje centrado en el estudiante. De este modo, el ABP brinda al estudiante la oportunidad de interactuar con materiales digitales y participar en actividades y tareas en línea, lo que le permite reflexionar, analizar y aplicar los conocimientos de manera autónoma. Además, las clases presenciales le permiten aclarar dudas, recibir retroalimentación directa por parte del profesor y participar en actividades de colaboración con sus compañeros de clase.

Según Daza-Jiménez [23], el uso de herramientas tecnológicas ha sido fundamental para buscar nuevas alternativas y facilitar el aprendizaje de las competencias matemáticas. Desde mi punto de vista, este enfoque con el ABP, no solo beneficia a los estudiantes, sino que también se convierte en una herramienta imprescindible para los docentes. En términos generales, al investigar las estrategias didácticas, se logra involucrar

al estudiante en un aprendizaje independiente y coherente en las competencias matemáticas relacionadas con el desarrollo del Pensamiento Variacional. Igualmente, Feo-Ligarretto [24], señala que la práctica docente dentro del aula ha evidenciado un desconocimiento en las trayectorias pedagógicas, didácticas y comunicativas necesarias para generar aprendizajes significativos.

Actualmente, las plataformas educativas virtuales se han integrado en la cultura escolar, estableciendo espacios de comunicación interactiva con los estudiantes. Desde mi punto de vista, el ABP se presenta como una estrategia educativa valiosa para el desarrollo del Pensamiento Variacional, ya que fomenta la participación activa en la resolución de problemas reales y la construcción de conocimientos significativos. Por ejemplo, como lo menciona Molina-Ayuso [25], la tecnología fundamentada en algoritmos de inteligencia artificial (IA), particularmente el Machine Learning (ML), se está volviendo cada vez más común en la vida cotidiana. Por lo tanto, es crucial educar a la ciudadanía en general, y especialmente a los estudiantes de Educación Secundaria, sobre el uso y los conocimientos básicos de esta tecnología. Por su parte, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), menciona que la IA no debe reemplazar los dominios exclusivos de la inteligencia humana; en cambio, nos invita a replantear nuestras ideas sobre el conocimiento y el aprendizaje. Por lo tanto, se espera que esta guía sirva para redefinir los horizontes educativos y, además, fortalecer el pensamiento colectivo y las acciones colaborativas. Igualmente, se podrá construir un futuro de aprendizaje digital que esté centrado en el ser humano y sea accesible para todos.

Sin embargo, la UNESCO [26], en el año 2021, señala que la IA tiene el potencial de abordar algunos de los mayores desafíos actuales en el ámbito educativo, así como de fomentar prácticas innovadoras en la enseñanza y el aprendizaje. Además, puede acelerar el progreso hacia el logro de estos objetivos. Por lo tanto, es esencial que se eduque a la ciudadanía en general y, en particular, a los estudiantes de Educación Secundaria, en el uso y los conocimientos básicos de esta tecnología. En este caso, con el desarrollo del Pensamiento Variacional y la incorporación del ABP, se ha visto la necesidad de establecer un escenario que facilite el proceso de aprendizaje por parte del estudiante.

En particular, como lo mencionan Viñas, Navarro y Ortega-Collante [27], se ha dado énfasis en los registros gráficos y tabulares para el análisis del cambio de las funciones, lo cual ayuda a identificar las magnitudes variables dependientes e independientes. De este modo, con el uso efectivo de las nuevas tecnologías aplicadas en este caso al ámbito del ABP, se considera un campo que solicita y requiere investigación, desarrollo y formación de los docentes, según el MEN (1998). Por consiguiente, al utilizar el ABP como apoyo pedagógico, los docentes pueden aprovechar las plataformas educativas virtuales para presentar situaciones problemáticas y desafiantes que requieren el uso del razonamiento variacional.

En esa misma línea, en un artículo de revista, destaca que la formación inicial del docente ha valorado en forma positiva la incorporación del ABP en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Eso se debe a que brinda ventajas como el aumento de la motivación, el desarrollo de habilidades para resolver problemas y el fomento de la creatividad, favoreciendo así a un aprendizaje enriquecedor y significativo; estos planteamientos coinciden con lo propuesto de Mubasher y Mirza (2021) según Ayuso-del Puerto y Gutiérrez-Esteban [28].

Por otro lado, Llamas y Serrano [29], mencionan que la clase magistral tradicional no cumple con las expectativas para que los estudiantes adquieran un aprendizaje significativo y con ello desarrollen competencias. Por lo tanto, los docentes del siglo XXI deben emplear nuevas técnicas y metodologías innovadoras dentro de las aulas, que respondan a las necesidades de los estudiantes y logren captar su atención, estableciendo conexiones en el contexto. En este caso, con el uso de las plataformas educativas virtuales, los docentes pueden complementar el ABP con recursos multimedia, como vídeos y simulaciones interactivas, que faciliten la comprensión de los conceptos matemáticos y promuevan la transferencia de conocimientos.

No obstante, al incorporar el ABP en los procesos de enseñanza, los docentes pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades de razonamiento, análisis y resolución de problemas, preparándose para enfrentar los desafíos del mundo actual y futuro. Además, el ABP es fundamental para fortalecer el pensamiento matemático en general, especialmente en términos del desarrollo del Pensamiento Variacional y los Sistemas Algebraicos. Por lo tanto, esto implica reconocer el impacto de las nuevas tecnologías en los enfoques curriculares y aplicaciones, con el objetivo de que los docentes adopten una postura adecuada frente al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes, según lo establecido por los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) en Matemáticas del MEN [30].

En definitiva, el propósito principal de esta revisión es analizar los antecedentes del ABP y su impacto en el desarrollo del Pensamiento Variacional. Para ello, se realiza un análisis exhaustivo de estudios previos, identificando las metodologías empleadas y los resultados obtenidos, con el fin de proporcionar una visión general integral y actualizada del estado en cuestión. En este contexto, la hipótesis central de la investigación sostiene que el ABP tiene un impacto positivo y significativo en el desarrollo del Pensamiento Variacional en contextos algebraicos y analíticos en estudiantes de grado décimo en Colombia. Este planteamiento se basa en la premisa de que el ABP, al ser una metodología centrada en la resolución de problemas auténticos y significativos, puede promover un aprendizaje profundo y aplicable, facilitando así el desarrollo de competencias avanzadas en matemáticas.

II. METODOLOGÍA O PROCEDIMIENTOS

El presente artículo de investigación utiliza la revisión documental como diseño bibliográfico con el objetivo de delinear el objeto de estudio relacionado con el “desarrollo del Pensamiento Variacional utilizando el ABP en el contexto de los sistemas algebraicos y analíticos”. A lo largo de este estudio, se han revisado investigaciones previas y las discusiones presentadas por distintos autores. Igualmente, la revisión documental ha permitido establecer relaciones entre artículos de investigación similares con el propósito de identificar y analizar los elementos más abordados mediante la elaboración de esquemas.

El estudio se encuentra en una fase preliminar de búsqueda y selección de fuentes de información relevantes, con el propósito de establecer las bases teóricas y conceptuales necesarias. De este modo, se adoptó un enfoque cuantitativo con diseño descriptivo, utilizando como instrumento la ficha de registro de artículos, además de técnicas como la revisión sistemática, análisis documental, lectura crítica y párrafo.

En cuanto a la distribución de artículos en diferentes bases de datos, se realizó un análisis cuantitativo para identificar su distribución en diferentes combinaciones de bases de datos. Este análisis se basó en datos gestionados por Mendeley Cite y procesados con la herramienta SQL

Expert (2024). La Tabla 1 muestra el número de artículos indexados en cada combinación específica de bases de datos, lo que permite apreciar las tendencias y pautas pertinentes en la selección de fuentes.

Tabla 1: Distribución de Artículos en Diferentes Bases de Datos.

	Combinación de Bases de Datos					
	Google Scholar, Scopus, WoS	ProQuest (incluye ERIC)	Google Scholar, ERIC, SpringerLink	Google Scholar, ERIC, JSTOR	Otras bases de datos específicas	Solamente Google Scholar
Número de artículos	7	4	2	3	5	19

Fuente: Elaboración propia con base en aportes de SQL Expert (2024).

A continuación, se presentan los artículos específicos que están indexados en cada combinación de bases de datos obtenidos con la asistencia de SQL Expert (2024) (Ver Tabla 2).

Tabla 2: Detalle de Artículos por Combinación de Bases de Datos

Combinación de Bases de Datos	Artículos
Google Scholar, Scopus, WoS	[1] Sarnoko et al. (2024), [2] Ke et al. (2024), [3] Cholily and Suwandayani (2021), [4] Čubela et al. (2023), [5] Damayanti and Susiswo (2024), [6] Lavado-Puente et al. (2023), [7] Maxworth (2023)
ProQuest (incluye ERIC)	[8] Cruz Pichardo and Puentes-Puente (2012), [9] García Contador and Gutiérrez Esteban (2020), [10] Revelo et al. (2018), [5] Damayanti and Susiswo (2024), [6] Lavado-Puente et al. (2023)
Google Scholar, ERIC, SpringerLink	[11] López Rodríguez (2021), [2] Ke et al. (2024), [3] Cholily and Suwandayani (2021)
Google Scholar, ERIC, JSTOR	[12] Bolaño Muñoz (2020), [13] Montalvo Cobos et al. (2021), [14] Villa and Ruiz (2009)
Otras bases de datos específicas	[15] Savery and Duffy (1996), [16] Díaz (2006), [9] García Contador and Gutiérrez Esteban (2020), [17] Aisyah and Usdiyana (2022), [18] Quiroz Rosas (2023)
Solo Google Scholar	[19] Padilla Doria and Flórez Nisperuza (2022), [20] ICFES (2023), [21] MEN (1998, 2006, 2013), [22] OECD (2018, 2023), [23] Marín-Campos (2023), [24] Ayuso-del Puerto and Gutiérrez-Esteban (2022), [25] Martín (2019)

Fuente: Elaboración propia con base en aportes de SQL Expert (2024).

El análisis de la Tabla 1 y Tabla 2, muestran que el artículo de Damayanti y Susiswo (2024) se centra en un enfoque pedagógico innovador que utiliza el ABP para abordar la enseñanza de matemáticas a nivel escolar. A través de un estudio experimental, los autores exploran cómo la metodología ABP puede contribuir a mejorar no solo la comprensión matemática de los estudiantes sino también su capacidad para aplicar conceptos matemáticos a problemas del mundo real. Este enfoque cualitativo se complementa con descripciones detalladas de las estrategias de enseñanza empleadas, así como con ejemplos prácticos de cómo los estudiantes interactúan con el contenido matemático a través del ABP. Además, el artículo proporciona una base teórica sólida sobre los beneficios del aprendizaje activo y cómo estos se alinean con los objetivos de la educación matemática contemporánea. Asimismo, con la ayuda de SQL Server, en contraste, algunos artículos están disponibles exclusivamente en Google Scholar, como los de Padilla Doria y Flórez Nisperuza (2022) y MEN (1998, 2006, 2013), lo que podría reflejar una estrategia de publicación más abierta o menos formal, común en tesis, informes institucionales, y documentos de políticas.

Por otra parte, Revelo-Rosero, Revuelta-Domínguez y González-Pérez [31], construyeron las bases teóricas de la Competencia Digital Docente (CDD) en matemáticas a través de un análisis documental. Una investigación posterior aplicó un enfoque similar con el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), donde los estudiantes resolvían problemas utilizando estrategias de Pensamiento Variacional y discutían los resultados en grupo. Igualmente, Cruz-Pichardo y Puentes-Puente [32], mencionan que, en esta nueva perspectiva, el papel del profesor es activo al impartir los contenidos, mientras que el estudiante desempeña un rol pasivo al escuchar y reproducir el conocimiento. Para llevar a cabo el desarrollo del Pensamiento Variacional dentro de una estrategia didáctica, se utilizaron herramientas que constaban de dos etapas de trabajo, enfocadas en la comprensión de los conceptos relacionados con la variación y el cambio.

Mercedes-Báez, Pérez-González y Triana-Hernández [33] enfocaron su estudio en mejorar el rendimiento de los estudiantes en la resolución de ejercicios de Cálculo Diferencial, destacando la importancia de la reflexión argumentativa en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Asimismo, la investigación de Vasco [34], revela que el Pensamiento Variacional permite a los estudiantes establecer relaciones dinámicas entre variables internas, lo que facilita una comprensión más profunda en la resolución de problemas. Al aplicar este pensamiento en el ABP, los estudiantes pueden identificar y relacionar variables relevantes, mejorando su capacidad para transferir conocimientos a diferentes contextos.

Además, Mercedes-Báez, Pérez-González y Triana-Hernández [33] destacan que la metodología empleada se enfocó en transformar las representaciones semióticas de procesos de variación y cambio, facilitando así el desarrollo del Pensamiento Variacional dentro del ABP. Las conclusiones demuestran cómo esta estrategia mejora la comprensión de los conceptos clave. Por su parte, Zambrano-Vacacela et al. [35] destacan que, en el contexto del proceso de enseñanza-aprendizaje, la tutoría juega un papel fundamental para alcanzar los objetivos curriculares. Este aspecto, es especialmente relevante en matemáticas, un campo en el que tanto profesores como alumnos han enfrentado desafíos en la enseñanza. En consecuencia, surge la necesidad de adaptar la enseñanza a nuevos modelos y enfoques tecnológicos para el ABP, enfatizando su papel en el desarrollo del Pensamiento Variacional. Para educar eficazmente en el siglo XXI, se requiere no solo una formación inicial de alta calidad, sino también la integración de recursos y técnicas pedagógicas innovadoras como el ABP. A continuación, se presentan algunas actividades pedagógicas innovadoras relacionadas con el Pensamiento Variacional utilizando el ABP:

- Plantear problemas reales, como calcular la velocidad máxima de un coche, en donde el estudiante de una explicación utilizando información de un gráfico.
- En la investigación en grupo, los estudiantes investigan problemas relacionados con el Pensamiento Variacional, recopilan información y presentan sus conclusiones. Esta actividad fomenta el trabajo en equipo y la investigación independiente.

La metodología del ABP favorece el desarrollo de la Competencia Digital a través del uso de las TIC para la búsqueda, selección y análisis de información en la resolución de problemas. Este abordaje promueve el Pensamiento Variacional y un aprendizaje significativo, al conectar nuevos conocimientos con experiencias previas, lo que permite a los estudiantes enfrentar desafíos reales en su vida personal y profesional. Por su parte, Moreno-Guerrero et al. [36] indican que la pandemia del COVID-19 obligó a los docentes a utilizar nuevas estrategias didácticas y virtuales, revelando carencias en recursos y capacitación digital. García-Fuentes (2022) señala que los medios digitales han ganado relevancia sobre los tradicionales, con periódicos impresos reemplazados por versiones en línea. Además, el ABP promueve la creatividad y el aprendizaje colaborativo al ofrecer diversas formas de resolver problemas e interacción estudiantil. Sin embargo, los resultados de los artículos revisados, evidencian que el ABP es una metodología que tiene efecto positivo en diversos procesos educativos mejora de la enseñanza de los docentes, el aprendizaje y también tiene efectos positivos en el desarrollo cognitivo de los estudiantes [37].

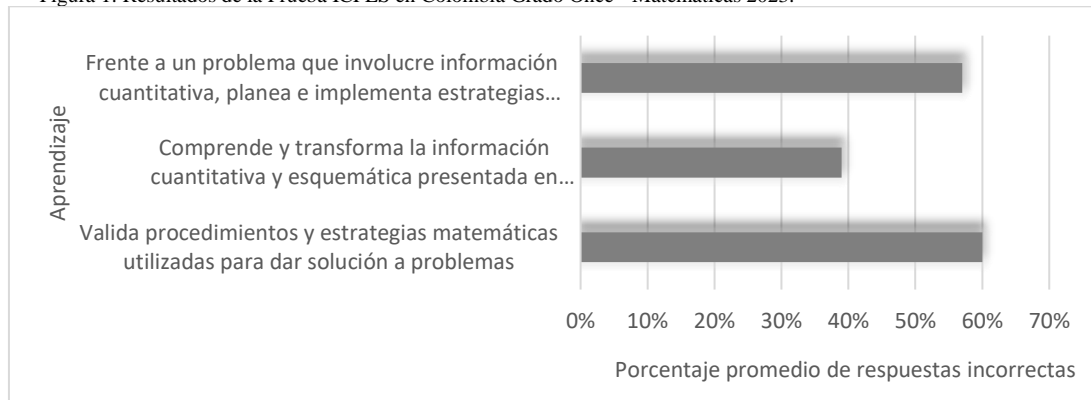
En definitiva, la metodología adoptada en esta investigación es coherente a la hipótesis planteada y se fundamenta con estudios previos sobre el Pensamiento Variacional. De este modo, Martínez-López y Guadrón-Pinto [38], realizaron una evaluación para medir habilidades de comunicación y resolución de problemas en estudiantes, utilizando un análisis estadístico descriptivo. Asimismo, con respecto al desarrollo del Pensamiento Variacional en temas acordes a los sistemas algebraicos y analíticos, Soto-López et al. [39], concluyen que los docentes deben plantear problemas que fomenten el desarrollo de habilidades como el análisis, la interpretación de datos y el trabajo en equipo, con el fin de preparar a los estudiantes para enfrentar situaciones más complejas tanto dentro como fuera del aula. De este modo, el ABP es eficaz para desarrollar el Pensamiento Variacional y la pandemia ha mostrado la necesidad de adaptar la enseñanza a enfoques digitales. Este método facilita el aprendizaje significativo, la resolución de problemas reales y la creación de relevancia en el aprendizaje estudiantil.

III. RESULTADOS, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Para la recolección de datos en la presente investigación con enfoque cuantitativo y método cuasi-experimental, se pueden utilizar distintas técnicas e instrumentos, centrados en el problema principal relacionado con la necesidad de mejorar los desempeños en la presentación de pruebas estandarizadas como PISA y el ICFES. De acuerdo con Díaz [14], las matemáticas fueron el área enfoque en las pruebas PISA de 2003 y 2012. De este modo, la evaluación tiene como objetivo medir la capacidad de los estudiantes para aplicar las matemáticas en situaciones y problemas del mundo real, lo que conlleva al estudiante a desarrollar el Pensamiento Variacional.

Moreno-Páez [40], indica que, según PISA (2017), los estudiantes deben formular y comunicar claramente sus acciones y reflexiones sobre problemas matemáticos, desarrollar y trabajar con modelos en contextos complejos, y entender los condicionantes y supuestos necesarios. Esto requiere una comprensión profunda de la aplicación y ajuste de modelos matemáticos, así como la capacidad de seleccionar y evaluar estrategias según el contexto del problema. Por otro lado, el ICFES (2023) informa que los resultados actuales de los estudiantes de todos los Establecimientos Educativos de Colombia, muestran una baja calificación en el aprendizaje denominado: “Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas”. Los resultados recientes de la Prueba Nacional ICFES, realizada en el año 2023, reflejan esta situación (ver Figura 1).

Figura 1: Resultados de la Prueba ICFES en Colombia Grado Once - Matemáticas 2023.



Fuente: Elaboración propia con base en https://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/105001011711.pdf.

Para abordar la problemática de los bajos desempeños en las pruebas estandarizadas ICFES (2023) en matemáticas, se propone analizar el desempeño de los estudiantes de grado once en Colombia, enfocado en mejorar los aprendizajes en matemáticas. La Figura 1, muestra el porcentaje promedio de respuestas incorrectas en tres aprendizajes evaluados: validación de procedimientos matemáticos (60%), comprensión y transformación de información cuantitativa (39%) y planeación e implementación de estrategias para resolver problemas (57%). El análisis estadístico descriptivo indica una media del 52%, mediana del 57%, rango del 21% y una desviación estándar aproximada de 9.64%.

La interpretación de los resultados, con la ayuda de un lenguaje natural a SQL (NL-to-SQL) han demostrado recientemente una precisión mejorada (superior al 80 %) para la traducción de consultas de lenguaje natural a SQL debido a la aparición de modelos de lenguaje basados en transformadores y la popularidad del benchmark Spider [41]. En consecuencia, con la ayuda de SQL Server (2023), resalta que la validación de procedimientos matemáticos presenta la mayor incidencia de respuestas incorrectas, indicando una necesidad urgente de intervención, mientras que la comprensión y transformación de información cuantitativa tiene el mejor desempeño relativo. Las áreas con mayores desafíos son la validación y solución de problemas matemáticos, lo que subraya la necesidad de enfoques dirigidos para mejorar estos aspectos.

Se sugiere implementar programas y talleres para mejorar la validación de procedimientos matemáticos, realizar evaluaciones periódicas con retroalimentación personalizada, capacitar a los docentes en métodos efectivos y promover el intercambio de buenas prácticas. Estas medidas buscan elevar el rendimiento en pruebas estandarizadas de matemáticas para estudiantes de grado once en Colombia. Por su parte, la matriz de análisis reveló que la revisión documental estableció una base teórica sólida para el artículo. La revisión de estudios previos permitió

identificar elementos clave en el desarrollo del Pensamiento Variacional y construir un marco teórico robusto, con conexiones entre investigaciones similares que enriquecen el artículo. De este modo, se halló que varios autores usaron el análisis documental para construir bases teóricas con ABP en la enseñanza de matemáticas. La metodología empleada se centró en desarrollar el Pensamiento Variacional, implicando una comprensión profunda de la variación y el cambio.

Actualmente, la hipótesis plantea que la estrategia didáctica del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) incrementa el desarrollo del Pensamiento Variacional en estudiantes de décimo grado en el contexto de los sistemas algebraicos y analíticos. En efecto, su análisis de contenido se sustenta por:

- La estrategia didáctica: El ABP es un enfoque pedagógico que se basa en el planteamiento de problemas reales o simulados para que los estudiantes trabajen de manera autónoma, resuelvan problemas y adquieran conocimientos y habilidades de forma activa.
- El desarrollo del Pensamiento Variacional: El Pensamiento Variacional, en este contexto se refiere a la capacidad de comprender las variaciones en los objetos matemáticos y entender las relaciones entre ellos. En el contexto de los sistemas algebraicos y analíticos, implica la capacidad de identificar patrones, generalizar reglas y utilizar variables para representar y resolver problemas.
- Estudiantes de Décimo grado: La hipótesis se centra en estudiantes en un grado específico, lo que implica que existe una respuesta esperada dentro de este grupo debido a los conocimientos previos de los sistemas algebraicos del Pensamiento Variacional.

El uso de metodologías innovadoras basadas en tecnología y pedagogía ha incentivado al estudiante. De este modo, las principales competencias docentes a adquirir se encuentran: la competencia de planificación, la competencia metodológica, la competencia comunicativa, la competencia interpersonal, la competencia de orientación y tutoría, la competencia de evaluación, la competencia ética y la competencia de innovación [42], destaca una correlación significativa entre las TIC en el aula y la mejora en la actitud del alumnado durante el aprendizaje. Juan-Llamas y Serrano [43], confirman que herramientas como SOCRATIVE mejoran el aprendizaje en el Pensamiento Variacional mediante el ABP. En este contexto, el aprendizaje significativo facilita la elaboración, planteamiento, consulta y resolución de ejercicios y problemas, sirviendo como complemento al ABP, permitiendo relacionar estos conceptos con el contexto real de los estudiantes [44].

El Pensamiento Variacional, según Jalón-Arias y Albarracín-Zambrano [45], concluyen que los docentes de matemáticas, al utilizar un software, lograron dinamizar sus clases, generando que los estudiantes se mantengan atentos a las diversas rutinas y procesos necesarios para resolver operaciones. Además, los autores sugieren que las relaciones entre docentes e investigadores deben adaptarse a los recursos tecnológicos digitales para garantizar el acceso del estudiante. En consecuencia, se propone que los docentes incorporen nuevas estrategias para crear entornos favorables al ABP y al acceso a la información. Cadavid y Gómez [46] muestran que estas estrategias no solo aumentan el índice de aprobados, sino también la motivación del estudiante hacia las matemáticas, en los primeros años de la Enseñanza Fundamental y puede extenderse a otros niveles educativos.

Igualmente, se propone combinar la integración de TIC y Entornos Virtuales de Aprendizaje (EVA). Un curso de Pre cálculo que utiliza EVA y gamificación promueve el Pensamiento Variacional. Por su parte, Dahri et al. [47], mencionan que la tecnología móvil, flexible y rentable, se usa cada vez más en programas profesionales, pero los marcos actuales no la apoyan adecuadamente. De este modo, sugieren un marco de certificación basado en dispositivos móviles para solucionar esto.

Martín [48] indica que un enfoque transdisciplinar en matemáticas amplía la visión del estudiante y facilita conexiones a través de representaciones integradas. Incorporar tecnologías con ABP puede permitir proyectos colaborativos que fomenten la investigación formativa, involucrando a docentes y estudiantes. Ahora, con respecto al desarrollo del Pensamiento Variacional y los Sistemas Algebraicos, Torres- Torres [49] destaca que la programación visual ha mejorado el pensamiento algebraico, promoviendo cambios curriculares y el uso de herramientas computacionales para evitar prácticas sin sentido.

Por otro lado, Balta y Tzafilkou [50], señalan que la mayoría de los centros educativos ahora tienen proyectores, pizarras digitales y conexión inalámbrica. Los docentes deben adoptar enfoques innovadores para conectar los conocimientos con la vida diaria y centrarse en los resultados del estudiante, como sugieren Juan-Llamas y de la Viuda-Serrano [43]. No obstante, en la actualidad, las redes sociales son vistas como una forma de aprendizaje adaptativo. Por su parte, García-Contador et al. [51], indican que WhatsApp y Facebook son las redes más utilizadas en educación. Sin embargo, Feo-Ligarretto [24] señala que estos recursos digitales no han cambiado los roles docentes-estudiantes, manteniendo relaciones de poder asimétricas que impiden redes colaborativas.

En el desarrollo del Pensamiento Variacional y el álgebra, Torres-Valencia [19] descubrió que las dificultades en la manipulación simbólica afectan el pensamiento algebraico. Scratch se presenta como una herramienta útil para resolver problemas mediante razonamientos deductivos. En consecuencia, es necesario que estudiantes y docentes participen activamente en la instrucción matemática con ABP y sean competentes en TIC. Grisales-Aguirre [52] afirma que el uso de TIC optimiza las herramientas disponibles, y Inamorato dos Santos et al. [53] destacan el rol de las instituciones en fomentar el uso de estas herramientas.

Además, se recomienda cambiar el enfoque hacia la formación virtual y el aprendizaje con TIC para mejorar la comunicación y enriquecer el ABP en el aula. Grisales-Aguirre [52] menciona que, aunque la formación virtual tiene menos impacto que la presencial, la tecnología y las habilidades digitales son cruciales para un aprendizaje significativo.

La revisión documental muestra que el Pensamiento Variacional ayuda a establecer relaciones entre variables internas, fundamental para el razonamiento matemático. El uso de TIC y la Competencia Digital son esenciales en la educación del siglo XXI, permitiendo un uso seguro y creativo de los recursos tecnológicos para un ABP efectivo.

En cuanto a la metodología utilizada en esta investigación, se adaptó al problema de estudio y se respaldó con referencias bibliográficas y estudios previos. Asimismo, se utilizó la Matriz de Análisis, como herramienta para organizar y evaluar los diferentes aspectos relacionados con el objeto de estudio, lo cual es coherente con investigaciones previas. Efectivamente, para el presente artículo, la Matriz de Análisis, tiene las siguientes variables:

- Estrategia Didáctica: Se espera que el ABP mejore el Pensamiento Variacional, evaluando el desempeño de los estudiantes antes y después de su implementación.
- Desarrollo del Pensamiento Variacional: Se anticipa que el ABP incrementará el Pensamiento Variacional, medido por la capacidad de identificar patrones, generalizar reglas y usar variables.
- Sistemas Algebraicos y Analíticos: Se cree que el ABP será efectivo en sistemas algebraicos y analíticos, evaluando el desempeño de los estudiantes en problemas relacionados.
- Edad de los Estudiantes: Se espera que los estudiantes de Décimo grado desarrollen el Pensamiento Variacional acorde a los conocimientos previos sobre Sistemas Algebraicos Analíticos.

En consecuencia, la hipótesis planteada resalta la importancia del ABP en el desarrollo del Pensamiento Variacional. Para validar o refutar esta hipótesis, se requieren estudios adicionales. De este modo, el análisis de contenido identificó los elementos clave de la hipótesis, como la estrategia didáctica, el Pensamiento Variacional, los sistemas algebraicos y analíticos, y la edad de los estudiantes. En síntesis, la matriz de análisis definió las variables y métodos de medición, proporcionando una base para futuras investigaciones sobre la relación entre el ABP y el Pensamiento Variacional en estudiantes de álgebra y Pre-cálculo o Cálculo.

IV. CONCLUSIONES

En conclusión, el análisis documental y bibliográfico mostró que el ABP puede impactar positivamente al desarrollo del Pensamiento Variacional en estudiantes con conocimientos previos en álgebra que cursan Pre-cálculo y Cálculo. De este modo, la revisión previa estableció una base teórica sólida para el estudio y delineó el objeto de investigación.

En este contexto, el artículo de Damayanti y Susiswo (2024) destaca un enfoque pedagógico innovador que utiliza el ABP para abordar la enseñanza de matemáticas a nivel escolar. A través de un estudio experimental, los autores exploran cómo esta metodología no solo mejora la comprensión matemática de los estudiantes, sino también su capacidad para aplicar conceptos a problemas del mundo real. En efecto, el artículo proporciona descripciones detalladas de las estrategias de enseñanza empleadas y ejemplos prácticos de la interacción de los estudiantes con el contenido matemático mediante el ABP. Además, ofrece una base teórica sólida sobre los beneficios del aprendizaje activo y su alineación con los objetivos de la educación matemática contemporánea.

Por otro lado, la disponibilidad de algunos artículos exclusivamente en Google Scholar, como los de Padilla Doria y Flórez Nisperuza (2022) y MEN (1998, 2006, 2013), sugiere una estrategia de publicación más abierta o menos formal, común en tesis, informes institucionales y documentos de políticas. Esta estrategia podría reflejar diferentes enfoques en la difusión del conocimiento y el acceso a la investigación.

En definitiva, se descubrió que la implementación de las TIC en el aula puede mejorar el Pensamiento Variacional y los procesos de enseñanza, subrayando la necesidad de competencia en su uso tanto por parte de estudiantes como de docentes. Desde mi punto de vista, la implementación del ABP con TIC en el aula puede instaurar un canal de comunicación efectivo entre docentes y estudiantes, siendo esencial que los docentes utilicen estas herramientas de manera efectiva para promover un aprendizaje significativo. En consecuencia, el estudio destacó la importancia del ABP en el desarrollo del Pensamiento Variacional en estudiantes de grado décimo, proporcionado una base para futuras investigaciones y estrategias didácticas.

V. REFERENCIAS

- [1] L. A. Padilla Doria and E. P. Flórez Nisperuza, "El aprendizaje basado en problemas (ABP) en la educación matemática en Colombia. Avances de una revisión documental," Revista Boletín Redipe, vol. 11, no. 2, 2022, doi: [10.36260/rbr.v11i2.1686](https://doi.org/10.36260/rbr.v11i2.1686).
- [2] C. S. Lavado-Puente, E. M. Quispe-Sanabria, C. Lavado-Meza, and A. M. Huaraca-García, "The effect of problem-based learning on developing mathematical skills in future administrative and systems professionals," Formacion Universitaria, vol. 16, no. 6, pp. 13–22, 2023, doi: [10.4067/S0718-50062023000600013](https://doi.org/10.4067/S0718-50062023000600013).
- [3] S. Sarnoko, A. Asrowi, G. Gunarhadi, and B. Usodo, "AN ANALYSIS OF THE APPLICATION OF PROBLEM BASED LEARNING (PBL) MODEL IN MATHEMATICS FOR ELEMENTARY SCHOOL STUDENTS," Jurnal Ilmiah Ilmu Terapan Universitas Jambi, vol. 8, no. 1, pp. 188–202, May 2024, doi: [10.22437/jiituj.v8i1.32057](https://doi.org/10.22437/jiituj.v8i1.32057).
- [4] O. E. Bolaño Muñoz, "El constructivismo: Modelo pedagógico para la enseñanza de las matemáticas," Revista EDUCARE - UPEL-IPB - Segunda Nueva Etapa 2.0, vol. 24, no. 3, 2020, doi: [10.46498/reduipb.v24i3.1413](https://doi.org/10.46498/reduipb.v24i3.1413).
- [5] J. R. Savery and T. M. Duffy, "Problem based learning: An instructional model and its constructivist framework BT - Constructivist Learning Environments: Case Studies in Instructional Design," Constructivist Learning Environments: Case Studies in Instructional Design, 1996.
- [6] G. V. Montalvo Cobos, Y. J. Lazo Tafur, I. M. Astuquílca Quijada, and O. A. Figueroa Mejía, "Métodos de Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas como alternativa didáctica en el logro de competencias matemáticas," Revista Iberoamericana de educación, 2021, doi: [10.31876/ie.vi.86](https://doi.org/10.31876/ie.vi.86).
- [7] Villa and M. Ruiz, "Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos," Revista Virtual Universidad Católica del Norte, vol. 27, no. 27, 2009.
- [8] A. Z. Salsabila, A. Yuliani, and R. Amelia, "Literatur Review: The Effect Of Distance Learning on Students' Mathematical Problem Solving Skill," (JIML) JOURNAL OF INNOVATIVE MATHEMATICS LEARNING, vol. 7, no. 1, 2024, doi: [10.22460/jiml.v7i1.18570](https://doi.org/10.22460/jiml.v7i1.18570).
- [9] H. Damayanti and Susiswo, "Applying problem based learning to improve students' math problem-solving skills on system of linear equations with two variables," in AIP Conference Proceedings, 2024, doi: [10.1063/5.0194913](https://doi.org/10.1063/5.0194913).
- [10] S. Maskar and T. Herman, "The relation between teacher and students' mathematical mindsets to the student's comprehension of mathematics concepts," 2024, doi: [10.22342/jme.v15i1.pp27-54](https://doi.org/10.22342/jme.v15i1.pp27-54).
- [11] F. Ke, C. P. Dai, and L. West, "Mathematical experience in game-based problem-solving," J Comput Assist Learn, vol. 40, no. 3, 2024, doi: [10.1111/jcal.12938](https://doi.org/10.1111/jcal.12938).
- [12] OECD, "Resultados de Colombia en 2018 del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA)," Oecd, 2019.

- [13] H. González-Mayorga, “La cobertura mediática de PISA en la prensa de República Dominicana,” RECIE. Revista Caribeña de Investigación Educativa, vol. 7, no. 2, 2023, doi: [10.32541/recie.2023.v7i2.pp151-173](https://doi.org/10.32541/recie.2023.v7i2.pp151-173).
- [14] S. M. López Rodríguez, “Competencias TIC para el desarrollo profesional docente,” Revista Compás Empresarial, vol. 12, no. 33, 2021, doi: [10.52428/20758960.v11i33.160](https://doi.org/10.52428/20758960.v11i33.160).
- [15] A. Maxworth, “Designing Engineering Courses with Embedded Virtual and Real Experimentations,” Educ Sci (Basel), vol. 13, no. 6, Jun. 2023, doi: [10.3390/educsci13060610](https://doi.org/10.3390/educsci13060610).
- [16] Y. M. Cholily and B. I. Suwandayani, “Understanding the concept of the Pi (π) number for pre-service teacher,” International Journal of Evaluation and Research in Education, vol. 10, no. 4, pp. 1366–1374, Dec. 2021, doi: [10.11591/IJERE.V10I4.21674](https://doi.org/10.11591/IJERE.V10I4.21674).
- [17] F. Díaz, “Aprendizaje basado en problemas. De la teoría a la práctica: Carlos Sola Ayape (Dir. Ed.) México, Trillas, 2005, 221 pp.” Perfiles educativos, vol. 28, no. 111, 2006.
- [18] S. Aisyah and D. Usdiyana, “A meta analysis study: Is Problem Based Learning (PBL) effective toward students’ mathematical connections ability?,” in Journal of Physics: Conference Series, IOP Publishing Ltd, Jan. 2022. doi: [10.1088/1742-6596/2157/1/012036](https://doi.org/10.1088/1742-6596/2157/1/012036).
- [19] I. O. Valencia Torres, “Análisis de aprendizajes asociados al álgebra escolar desde la programación visual de computadores, en estudiantes de 10-14 años.,” Paper Knowledge . Toward a Media History of Documents, vol. 3, no. April, 2021.
- [20] V. Quiroz Rosas, “Aplicaciones de Inteligencia Artificial Aliadas en la Enseñanza de las Matemáticas,” Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, vol. 7, no. 4, 2023, doi: [10.37811/cl_rcm.v7i4.7498](https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i4.7498).
- [21] M. Á. Cordero Monzón, “Inteligencia Artificial en el aula: oportunidades y desafíos para la didáctica de la matemática y física universitaria,” Revista Internacional de Pedagogía e Innovación Educativa, vol. 4, no. 1, 2024, doi: [10.51660/ripie.v4i1.154](https://doi.org/10.51660/ripie.v4i1.154).
- [22] D. Cúbela, A. Rossner, and P. Neis, “Using Problem-Based Learning and Gamification as a Catalyst for Student Engagement in Data-Driven Engineering Education: A Report,” Educ Sci (Basel), vol. 13, no. 12, Dec. 2023, doi: [10.3390/educsci13121223](https://doi.org/10.3390/educsci13121223).
- [23] D. Jiménez, “Herramientas digitales para la Enseñanza de las matemáticas en la educación básica.,” Revista de Educación a Distancia (RED), vol. 3, 2019.
- [24] R. E. Ligarretto Feo, “Mediación tecnológica de la enseñanza: Entre artefactos, modelos y rol docente,” Revista Educación, 2021, doi: [10.15517/revedu.v45i1.42999](https://doi.org/10.15517/revedu.v45i1.42999).
- [25] Á. Molina Ayuso, “Introducción a la Inteligencia Artificial desde el aula de Matemáticas,” Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales", ISSN-e 2340-714X, ISSN 1131-9321, No 114, 2023, págs. 99-111, vol. 114, no. 114, 2023.
- [26] UNESCO, Inteligencia artificial y educación: Guía para las personas a cargo de formular políticas. 2021.
- [27] M. Viñas De la Hoz, P. Navarro, and E. Ortega Collante, “La calculadora: Una fuente de exploraciones conceptuales,” Zona Próxima, no. 05, 2022, doi: [10.14482/zp.05.280.44](https://doi.org/10.14482/zp.05.280.44).
- [28] D. Ayuso and P. Gutierrez, “La Inteligencia Artificial como recurso educativo durante la formación inicial del profesorado,” RIED-Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, vol. 25, 2022.
- [29] C. Juan Llamas and A. de la Viuda Serrano, “Socrative como herramienta de mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje en Educación Superior,” RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, vol. 25, no. 1, 2021, doi: [10.5944/ried.25.1.31182](https://doi.org/10.5944/ried.25.1.31182).
- [30] P. Gómez, P. Castro, A. Bulla, and A. Pinzón, “Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas: revisión crítica y propuesta de ajuste,” Educación y Educadores, vol. 19, no. 3, 2016, doi: [10.5294/edu.2016.19.3.1](https://doi.org/10.5294/edu.2016.19.3.1).
- [31] J. E. Revelo, R. Domínguez, and F. Ignacio, “Modelo de integración de la competencia digital del docente universitario para su desarrollo profesional en la enseñanza de la matemática,” Revista de Educación Mediática y TIC, vol. 7, no. 1, 2018.
- [32] I. M. Cruz Pichardo and Á. Puentes Puente, “Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica,” EDMETIC, vol. 1, no. 2, 2012, doi: [10.21071/edmetic.v1i2.2855](https://doi.org/10.21071/edmetic.v1i2.2855).
- [33] A. M. Báez, O. L. Pérez-González, and B. Triana-Hernández, “Propuesta didáctica basada en múltiples formas de representación semiótica de los objetos matemáticos para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial,” Academia y Virtualidad, vol. 10, no. 2, 2017, doi: [10.18359/ravi.2743](https://doi.org/10.18359/ravi.2743).
- [34] C. E. Vasco, “El pensamiento variacional y la modelación matemática,” in Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Blumenau (Vol. 9), 2003, pp. 1–14. [Online]. Available: http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes/1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf.
- [35] L. L. Zambrano-Vacacela, R. E. Rodríguez Jara, F. M. Barrera Barrera, and K. J. Elizalde Granda, “LA CO-TUTORÍA: UNA EXPERIENCIA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN FUTUROS DOCENTES,” Revista Electrónica: Entrevista Académica, 2022, doi: [10.51896/reea/eiba7319](https://doi.org/10.51896/reea/eiba7319).
- [36] A. J. Moreno Guerrero, A. M. Rodríguez García, C. Rodríguez Jiménez, and M. Ramos Navas-Parejo, “Competencia digital docente y el uso de la realidad aumentada en la enseñanza de ciencias en Educación Secundaria Obligatoria.,” Revista Fuentes, vol. 1, no. 23, 2021, doi: [10.12795/revistafuentes.2021.v23.i1.12050](https://doi.org/10.12795/revistafuentes.2021.v23.i1.12050).
- [37] A. I. Carbajal Leandro, “El aprendizaje basado en problemas (ABP) como predictor del desempeño académico,” Revista ConCiencia EPG, vol. 9, no. 1, 2024, doi: [10.32654/conciencia.9-1.4](https://doi.org/10.32654/conciencia.9-1.4).
- [38] L. G. Martínez-López and E. Gualdrón-Pinto, “Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno,” Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación, vol. 9, no. 1, 2018, doi: [10.19053/20278306.v9.n1.2018.8156](https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n1.2018.8156).
- [39] A. M. Soto-López, F. Castillo-Ochoa, M. E. Zúñiga-Hernández, L. E. Centeno-Eude, and M. C. Martínez-Cháves, “Álgebra: Una revisión desde sus antecedentes bibliográficos,” Revista Electrónica de Conocimientos, Saberes y Prácticas, vol. 6, no. 1, 2023, doi: [10.5377/recsp.v6i1.16512](https://doi.org/10.5377/recsp.v6i1.16512).
- [40] J. A. Moreno Páez, “Fortalecimiento de las competencias interpretativas y de representación en la función cuadrática a través de Genially,” Rastros Rostros, vol. 24, no. 2, 2022, doi: [10.16925/2382-4921.2022.02.03](https://doi.org/10.16925/2382-4921.2022.02.03).
- [41] Y. Zhang, J. Deriu, G. Katsogiannis-Meimarakis, C. Kosten, G. Koutrika, and K. Stockinger, “ScienceBenchmark: A Complex Real-World Benchmark for Evaluating Natural Language to SQL Systems,” in Proceedings of the VLDB Endowment, 2023. doi: [10.14778/3636218.3636225](https://doi.org/10.14778/3636218.3636225).
- [42] S. S. Mukrimaa et al., Diseño Curricular Básico Nacional de la formación Inicial Docente, vol. 6, no. August. 2016.
- [43] C. Juan-Llamas and A. Viuda-Serrano, “Using socrative as a tool to improve the teaching-learning process in higher education | Socrative como herramienta de mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje en educación superior,” RIED-Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, vol. 25, no. 1, 2022.

- [44] M. L. Lara-Freire, M. A. Lara-Freire, G. M. Huilcapi-Ruiz, and F. E. López-Cárdenas, “La Enseñanza de fracciones utilizando la metodología del aprendizaje basado en problemas,” *Revista Científica*, vol. 73, no. 3, 2021.
- [45] E. J. Jalón Arias and L. O. Albarracín Zambrano, “Software educativo para la enseñanza aprendizaje de operaciones con matrices en estudiantes del bachillerato,” *Revista Conrado*, vol. 17, no. 79, 2021.
- [46] J. M. Cadavid and L. F. M. M. Gómez, “Uso de un entorno virtual de aprendizaje ludificado como estrategia didáctica en un curso de pre-cálculo: Estudio de caso en la Universidad Nacional de Colombia,” *RISTI - Revista Iberica de Sistemas e Tecnologias de Informacao*, no. 16, 2015, doi: [10.17013/risti.16.1-16](https://doi.org/10.17013/risti.16.1-16).
- [47] N. A. Dahri, W. M. Al-Rahmi, A. S. Almogren, N. Yahaya, M. S. Vighio, and Q. Al-Maatuok, “Mobile-Based Training and Certification Framework for Teachers’ Professional Development,” *Sustainability (Switzerland)*, vol. 15, no. 7, 2023, doi: [10.3390/su15075839](https://doi.org/10.3390/su15075839).
- [48] J. Martin, “Aprendizaje transdisciplinar de las ciencias matemáticas mediado por realidad aumentada en programas de Ingeniería. [Tesis doctoral, Universidad Santo Tomás],” *Repository.Usta.Edu.Co*, 2019.
- [49] O. L. Torres-Torres, “Evaluación de Genially como herramienta didáctica en la práctica docente de la educación a distancia,” *Journal of Economic and Social Science Research*, vol. 4, no. 1, 2024, doi: [10.55813/gaea/jessr/v4/n1/82](https://doi.org/10.55813/gaea/jessr/v4/n1/82).
- [50] N. Balta, L. Măță, C. H. Gómez, and K. Tzafilkou, “Correction to: Students’ perception and acceptance of web-based technologies: a multi-group PLS analysis in Romania and Spain (Education and Information Technologies, (2020), 25, 5, (4437-4458), 10.1007/s10639-020-10170-y),” 2020. doi: [10.1007/s10639-020-10227-y](https://doi.org/10.1007/s10639-020-10227-y).
- [51] Y. García Contador and P. Gutiérrez Esteban, “El rol docente en la sociedad digital,” *Digital Education Review*, no. 38, 2020.
- [52] A. M. Grisales Aguirre, “Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas,” *Entramado*, vol. 14, no. 2, 2018, doi: [10.18041/1900-3803/entramado.2.4751](https://doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.4751).
- [53] A. Inamorato dos Santos, E. Chinkes, M. A. G. Carvalho, C. M. V. Solórzano, and L. S. Marroni, “The digital competence of academics in higher education: is the glass half empty or half full?,” *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, vol. 20, no. 1, Dec. 2023, doi: [10.1186/s41239-022-00376-0](https://doi.org/10.1186/s41239-022-00376-0).