



El impacto de la IA en el aprendizaje basado en problemas y el pensamiento variacional.

The impact of AI on problem-based learning and variational thinking.

Victor Alfonso Pérez-Salamanca¹, Agustín Lagunes-Domínguez²

¹Tecnológico de Antioquia Institución Universitaria, Medellín - Colombia

²Universidad Veracruzana, Ixtaczoquitlán - México

Recibido: 20 de febrero de 2025.

Aceptado: 10 de julio de 2025.

Publicado: 01 de septiembre de 2025.

Resumen- La enseñanza de las matemáticas es fundamental para afrontar los desafíos del siglo XXI, especialmente en el desarrollo de habilidades para resolver problemas como el Pensamiento Variacional. Sin embargo, la diversidad de estilos de aprendizaje plantea desafíos, como la falta de motivación y la dificultad para comprender conceptos complejos. La inteligencia artificial (IA) ha surgido como una herramienta para personalizar la enseñanza y mejorar el aprendizaje, aunque también plantea riesgos como la protección de datos y las distorsiones algorítmicas.

La revisión de la literatura subraya la necesidad de un enfoque integrado en la enseñanza de las matemáticas y el potencial de la IA para superar dificultades, especialmente en áreas complejas como el cálculo. El objetivo del estudio fue evaluar el impacto de la IA en la enseñanza de matemáticas a través del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) para fortalecer el Pensamiento Variacional.

Por lo tanto, el uso de herramientas tecnológicas avanzadas también promueve la resolución de problemas matemáticos y el desarrollo de habilidades analíticas. Además, se propone una estrategia didáctica que utiliza la IA para abordar estos desafíos, destacando la importancia de la formación de profesores y superando las barreras tecnológicas. Esto requiere futuras investigaciones para optimizar la aplicación en diferentes contextos educativos.

Palabras clave: aprendizaje basado en problemas (ABP), cálculo, enseñanza de las matemáticas, inteligencia artificial (IA), pensamiento variacional.

Abstract— Teaching mathematics is key to meeting the challenges of the 21st century, especially in developing problem-solving skills such as Variational Thinking. However, the diversity of learning styles presents challenges, such as lack of motivation and difficulty understanding complex concepts. Artificial Intelligence (AI) has emerged as a tool to personalize teaching and improve learning, although it also poses risks such as data protection and algorithmic distortions.

The literature review highlights the need for an integrated approach in teaching mathematics and the potential of AI to overcome difficulties, especially in complex areas such as calculus. The purpose of the study was to evaluate the impact of AI on teaching mathematics through Problem-Based Learning (PBL) to strengthen Variational Thinking.

Therefore, the use of advanced technological tools also promotes the solving of mathematical problems and the development of analytical skills. In addition, a learning strategy is proposed that uses AI to address these challenges, highlighting the importance of teacher training and overcoming technological barriers. This requires further research to optimize application in different educational contexts.

Keywords: artificial intelligence (AI), calculus, mathematics teaching, problem-based learning (PBL), variational thinking.

I. INTRODUCCIÓN

*Autor para correspondencia.

Correo electrónico: victor.perez@ieviladelacandelaria.edu.co (Victor Alfonso Pérez Salamanca).

La revisión por pares es responsabilidad de la Universidad de Santander.

Este es un artículo bajo la licencia CC BY (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Como citar este artículo: V. A. Pérez-Salamanca y A. Lagunes-Domínguez, "El impacto de la IA en el aprendizaje basado en problemas y el pensamiento variacional", Aibi revista de investigación, administración e ingeniería, vol. 13, no. 3, pp. 01-12 2025, doi: [10.15649/2346030X.4400](https://doi.org/10.15649/2346030X.4400)



Hoy en día, la educación matemática juega un papel fundamental en el desarrollo de habilidades esenciales del siglo XXI, como la resolución de problemas complejos, el razonamiento lógico y la capacidad de afrontar situaciones del mundo real. Sin embargo, este campo enfrenta muchos desafíos, como la falta de motivación de los estudiantes, la abstracción inherente de los conceptos matemáticos y la necesidad de adaptar los métodos de enseñanza a diferentes estilos de aprendizaje [1]. A medida que la educación evoluciona con la integración de nuevas tecnologías, especialmente en la era pospandémica, las herramientas digitales, incluidas aquellas basadas en Inteligencia Artificial (IA), han demostrado un potencial significativo para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje y promover experiencias más dinámicas y personalizadas [2].

A pesar de los avances en las diferentes ramas de las matemáticas, aún existe una falta de vinculación estructural entre disciplinas como la geometría, la aritmética y la lógica, lo que limita el desarrollo de un enfoque unificado para el aprendizaje matemático [3]. Aquí es donde cobra relevancia el Pensamiento Variacional, un enfoque que se centra en la comprensión de la variabilidad y el cambio originando una comprensión más profunda de conceptos fundamentales como el cálculo diferencial e integral, esenciales tanto en matemáticas superiores como en aplicaciones en ciencia e ingeniería [4].

El Pensamiento Variacional en la Educación Matemática se centra en desarrollar la capacidad de los estudiantes para comprender y analizar cambios y variaciones en contextos matemáticos, como funciones, ecuaciones y sistemas algebraicos. Este enfoque fomenta la conexión entre conceptos algebraicos y geométricos, permitiendo a los estudiantes representar, interpretar y resolver variaciones tanto gráfica como algebraicamente [5]. Además, promueve la capacidad de aplicar estos conocimientos a la resolución de problemas matemáticos reales, desarrollando una comprensión más profunda y flexible de los fenómenos matemáticos a través de un enfoque activo y reflexivo.

En este contexto, se introduce el ABP, como una estrategia de enseñanza clave para fortalecer el Pensamiento Variacional. En el ABP, los estudiantes abordan problemas complejos que requieren el uso de conocimientos matemáticos en situaciones auténticas, lo que les permite integrar diversas habilidades como la resolución de problemas, el trabajo colaborativo y el pensamiento crítico. Esta metodología no sólo facilita la aplicación de conceptos matemáticos en contextos de la vida real, sino que también promueve el desarrollo de habilidades analíticas, fomentando un enfoque interdisciplinario que conecta las matemáticas con otras áreas del conocimiento. De esta manera, el ABP contribuye significativamente al fortalecimiento del pensamiento variacional y al desarrollo integral del estudiantado.

No obstante, ABP se destaca como un método innovador que no sólo aumenta la motivación de los estudiantes, sino que también fortalece la comprensión de conceptos matemáticos a través de la resolución de problemas del mundo real. [6]. A diferencia de los métodos tradicionales, el ABP transforma el aula en un espacio donde el docente asume el rol de facilitador y guía a los estudiantes a través de un aprendizaje activo y colaborativo que promueve el desarrollo del Pensamiento Variacional [7]. De este modo, según Feo Mora [8] destaca que una estrategia de enseñanza debe ser flexible y adaptable, permitiendo ajustes según las necesidades que surjan durante el proceso educativo. Además, enfatiza la importancia de la interacción entre estudiantes y docentes, así como la integración de diversos métodos y técnicas de enseñanza (como trabajo en grupo, uso de tecnología, ABP, entre otros), para facilitar una enseñanza más significativa y orientada a resultados a través de un aprendizaje dirigido.

Además, con el rápido desarrollo de la inteligencia artificial (IA), han surgido nuevas oportunidades para mejorar las aplicaciones y permitir un aprendizaje más adaptativo y personalizado. Herramientas como ChatGPT y los sistemas de recomendación basados en IA no sólo facilitan el acceso al conocimiento, sino que también promueven la colaboración y el análisis crítico en el ámbito educativo [9]. En este sentido, la IA se presenta como un catalizador capaz de mejorar la enseñanza de las matemáticas al ofrecer recursos que optimicen tanto la enseñanza como la evaluación, ampliando así los horizontes de la enseñanza de las matemáticas.

Finalmente, este artículo se estructura en las siguientes secciones para cubrir de forma integral estos aspectos: Metodología o Procedimientos, que presenta una revisión sistemática de la literatura utilizando el método PRISMA para analizar estudios empíricos sobre la integración de IA en la educación matemática, enfocándose en el desarrollo del pensamiento variacional a través del ABP. La sección Resultados, análisis e interpretación a continuación proporciona un análisis detallado del estado actual de la educación matemática, destacando tanto el progreso como los desafíos en la implementación de la IA. Finalmente, en las conclusiones se discuten las implicaciones y oportunidades para futuras investigaciones, destacando la necesidad de estrategias didácticas y tecnológicas que superen las barreras identificadas en la enseñanza de las matemáticas mejorada con IA.

II. METODOLOGÍA O PROCEDIMIENTOS

Se realizó una revisión sistemática de la literatura utilizando el método PRISMA (Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analysis), conocido en español como “Ítems preferidos para el reporte en revisiones sistemáticas y metaanálisis”; Así, con el método PRISMA se analizan estudios empíricos sobre la integración de la IA en la enseñanza de las matemáticas, en particular con el desarrollo del pensamiento variacional a través del ABP [11] [12]. De igual forma, se definió la “hipótesis de investigación” y se aplicaron rigurosos criterios de selección, incluyendo únicamente estudios empíricos publicados entre 2019 y 2024. Los datos de los estudios obtenidos de bases de datos relevantes, como Dialnet, EBSCO y Scopus, fueron extraídos y analizados con el apoyo de SQL Expert (2024), y se evaluó la calidad de los estudios para identificar patrones y hallazgos clave.

Ahora, para la selección de estudios, se establecieron criterios específicos que son cumplidos. En efecto, los estudios presentan la aplicación de la IA en el ámbito de la enseñanza de la matemática. Igualmente, se centraron en el ABP y/o Pensamiento Variacional. De este modo, solamente se consideraron investigaciones empíricas publicadas entre el 2019 y 2024 en revistas revisadas por pares. En consecuencia, se excluyeron aquellos estudios que radicaran en opiniones, artículos teóricos, sin datos empíricos, o investigaciones que no se centraran directamente en la Educación Matemática. La Figura 1, muestra el número de artículos indexados en cada combinación específica de bases de datos con referencia en Mendeley Cite y Bases de Datos (Dialnet, EBSCO, ERIC, Google Scholar, JSTOR, Otras bases de datos específicas, ProQuest (incluye ERIC), REDALYC, Scopus, SpringerLink, WoS) por medio la asistencia de SQL Expert (2024) de la IA.

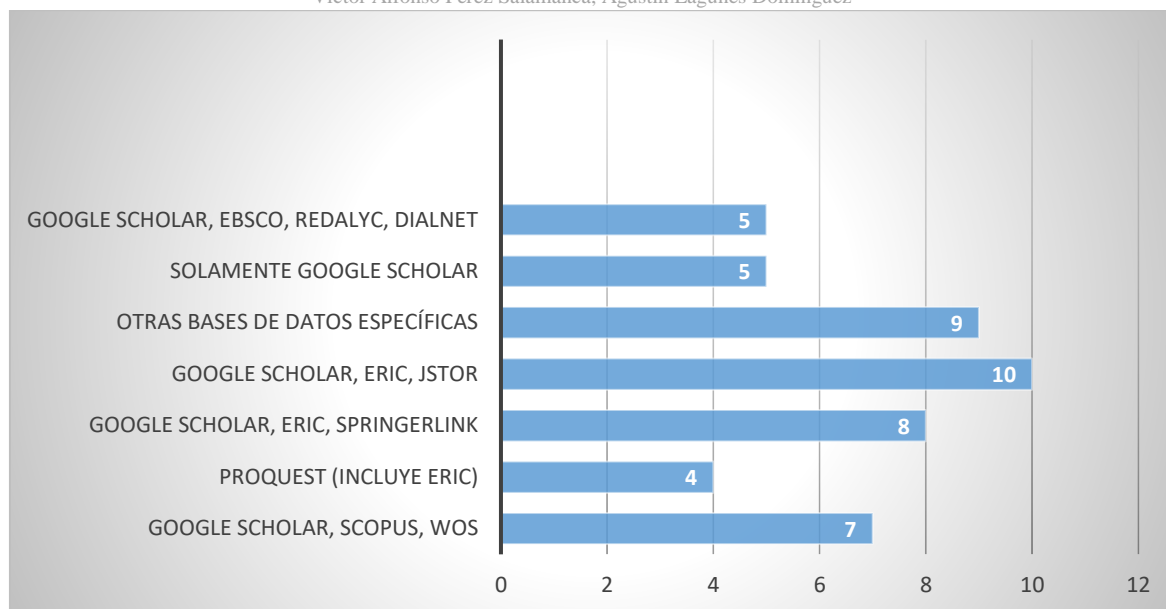


Figura 1: Distribución de artículos en diferentes bases de datos.

Fuente: Elaboración propia con base en aportes de SQL Expert (2024) de la IA.

En el análisis se revisaron artículos de varias bases de datos académicas. De hecho, se encontraron 7 artículos en Google Scholar, Scopus y WoS; 4 artículos en ProQuest, incluido ERIC; 8 artículos en Google Scholar, ERIC y SpringerLink; 10 artículos en Google Scholar, ERIC y JSTOR; 9 artículos en otras bases de datos específicas; 5 artículos exclusivamente en Google Scholar; y 5 artículos en Google Scholar, EBSCO, REDALYC y Dialnet. Por lo tanto, esta distribución muestra que la mayoría de los artículos relevantes se encontraron en Google Scholar combinado con ERIC y JSTOR, lo que sugiere que estas bases de datos fueron las más productivas en términos de la cantidad de artículos encontrados. Por el contrario, ProQuest, aunque incluye ERIC, arrojó menos artículos, al igual que Google Scholar cuando se utilizó de forma exclusiva.

Lo anterior, si es necesario implementarlo en el aula con un método cuasi-experimental y un enfoque cuantitativo para la integración de la inteligencia artificial (IA) en la enseñanza de las matemáticas, busca aplicar una metodología del ABP, para el desarrollo del pensamiento variacional. Por tanto, este enfoque nos permitirá evaluar cómo la incorporación de IA puede influir en la enseñanza y comprensión de conceptos matemáticos complejos, utilizando un marco metodológico que combina la recolección y análisis de datos para proporcionar una visión detallada del impacto y la eficacia de estas herramientas en el proceso educativo. La Tabla 1, se presentan los artículos específicos indexados en cada combinación de bases de datos, obtenidos con la asistencia de SQL Expert (2024).

Tabla 1: Detalle de Artículos por Combinación de Bases de Datos.

Combinación de Bases de Datos	Artículos por referencia de autor (es)
Google Scholar, Scopus, WoS	Liu et al. (2023), Ji (2021), Zheng (2022), Rico Segura (2024), Su (2019), Scott (2021), Biau & Echterhölter (2023).
ProQuest (incluye ERIC)	Orduña (2020), Reynosa et al. (2019), Ouyang et al. (2022), Qiu et al. (2022).
Google Scholar, ERIC, SpringerLink	Soesanto et al. (2022), Zhang (2024), Loayza Torreblanca (2021), Alsina & Coronata (2021), Incio Flores et al. (2021), Ayala-Pazmiño & Alvarado-Lucas (2023), Fu (2024), Tan (2022).
Google Scholar, ERIC, JSTOR	Abreu Mendes & de Moraes (2020), Fernández Cuesta (2019), Torres-Duarte (2022), Val-Fernández (2023), Chen Cheng et al. (2024), Dwivedi et al. (2023), Alissa & Hamadneh (2023), Chen et al. (2020), Castillejos López (2022), Beceril Gil (2021).
Otras bases de datos específicas	Cukierman & Rosenhauz (2005), Baltazar (2023), da Silva et al. (2024), Borgohain et al. (2024), Davies et al. (2021), Davis (2024), Wardat et al. (2023), Dellepiane & Guidi (2023), Getenet (2024).
Solo Google Scholar	Marmolejo Vega (2023), Pérez Quintero et al. (2024), Zatti et al. (2022), Do Nascimento et al. (2019), Cely-Salazar & Quiñones-Urquijo (2022).
Google Scholar, EBSCO, REDALYC, Dialnet	Osorio Vidal et al. (2023), Chilán Intriago & Párraga Álava (2023), Moreno Páez (2022), Hwang & Tu (2021), Salazar Garcés & Velastegui Hernandez (2024).

Fuente: Elaboración propia con base en aportes de SQL Expert (2024) de la IA.

En la revisión realizada de la Tabla 1, se emplearon diversas combinaciones de bases de datos para identificar artículos relevantes en el campo de la inteligencia artificial en la enseñanza de las matemáticas y el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). La combinación de Google Scholar, ERIC, y JSTOR resultó ser la más productiva, con un total de 10 artículos identificados. Esto sugiere que estas bases de datos juntas proporcionan una cobertura exhaustiva y diversa en literatura académica relacionada. Por otro lado, la combinación de Google Scholar, ERIC, y SpringerLink también generó un número significativo de artículos (8), destacándose por ofrecer un equilibrio entre educación y ciencias aplicadas.

En contraste, combinaciones como ProQuest (incluye ERIC) y Google Scholar, EBSCO, REDALYC, Dialnet arrojaron menos artículos, con 4 y 5 respectivamente. Aunque estos resultados son menores en comparación, demuestran que cada base de datos tiene un enfoque y cobertura específicos que pueden complementar la búsqueda de literatura. La base de datos Otras bases de datos específicas también mostró una cantidad considerable de artículos (9), indicando la importancia de considerar fuentes especializadas para obtener una visión más completa. En

general, la evidencia sugiere que, para una investigación exhaustiva, utilizar una combinación de bases de datos que incluya JSTOR y ERIC junto con Google Scholar es altamente beneficioso.

Luego, el análisis de estas combinaciones de bases de datos subraya la importancia de una estrategia de búsqueda bien definida para abordar temas complejos como la integración de la inteligencia artificial en la enseñanza matemática. Utilizar una combinación de bases de datos amplias y especializadas, como JSTOR y ERIC junto con Google Scholar, puede ofrecer una visión integral y actualizada del estado de la investigación, facilitando la identificación de estudios relevantes y contribuyendo al desarrollo de metodologías efectivas en el ámbito educativo, para luego ser implementados en el aula.

Ahora, para identificar los artículos que se enfocaron en la aplicación de la IA en la Enseñanza de la Matemática, abordando el ABP para el desarrollo del Pensamiento Variacional, se ha realizado una lista proporcionada con base en las referencias del artículo. La Tabla 2, sintetiza los criterios de inclusión de estos temas

Tabla 2: Criterio de Inclusión según Aplicación de IA en Matemáticas y ABP para el desarrollo del Pensamiento Variacional.

Referencia	Combinación por medio de Bases de Datos	Comentarios
X. Zhang, "An Innovative Model of Higher Mathematics Curriculum Education Incorporating Artificial Intelligence Technology," 2024.	Google Scholar, ERIC, SpringerLink	Incluido: Modelo innovador para la educación superior en matemáticas utilizando IA. Aborda la integración de IA en la enseñanza matemática.
B. D. Chilán Intriago and J. Párraga Álava, "El Aprendizaje Basado en Problemas como alternativa didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas," 2023.	Google Scholar, EBSCO, REDALYC, Dialnet	Incluido: Análisis del uso del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en la educación matemática.
A. Rico Segura, "El Aprendizaje y La Enseñanza del Cálculo Diferencial: Perspectivas desde las Teorías APOE y Ontosemiótica," 2024.	Google Scholar, Scopus, WoS	Incluido: Estudio teórico sobre la enseñanza del cálculo diferencial, incluyendo enfoques relacionados con el Pensamiento Variacional.
C. V. Marmolejo Vega, "Propuesta de protocolo de investigación en función del desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes," 2023.	Solo Google Scholar	Incluido: Propuesta metodológica centrada en el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes universitarios.
J. A. Moreno Páez, "Fortalecimiento de las competencias interpretativas y de representación en la función cuadrática," 2022.	Google Scholar, EBSCO, REDALYC, Dialnet	Incluido: Investigación sobre el uso de herramientas digitales para mejorar la enseñanza de funciones cuadráticas, con énfasis en las habilidades interpretativas relacionadas con el pensamiento variacional.

Fuente: Elaboración propia con base en las referencias del artículo.

No obstante, la Tabla 3, proporciona los artículos que fueron excluidos por no cumplir con los criterios relacionados con el enfoque en la aplicación de la IA en la enseñanza de la matemática o por no abordar de manera directa el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) para el desarrollo del Pensamiento Variacional. Cabe resaltar que estos artículos excluidos fueron referenciados en el artículo relacionado a la situación actual de la Educación Matemática sin el enfoque del ABP para el desarrollo del Pensamiento Variacional o el uso de la Mediación Tecnológica sin IA.

Tabla 3: Criterio de Inclusión según Aplicación de IA en Matemáticas y ABP para el desarrollo del Pensamiento Variacional.

Referencia	Combinación de Bases de Datos	Comentarios
V. G. Osorio Vidal et al., "Enseñanza del Álgebra Lineal en estudiantes universitarios," 2023.	Google Scholar, EBSCO, REDALYC, Dialnet	Excluido: Artículo centrado en la educación matemática superior, especialmente en álgebra lineal, sin un enfoque directo en IA, ABP, o Pensamiento Variacional.
D. Liu et al., "Uniqueness of system integration scheme of AI technology in fractional differential mathematical equation," 2023.	Google Scholar, Scopus, WoS	Excluido: Investigación avanzada sobre la integración de IA en ecuaciones diferenciales fraccionarias, sin conexión específica con ABP o Pensamiento Variacional.
F. Ji, "Development of an Exploring System: An Integrated Approach to Children's Math Education in China," 2021.	Google Scholar, Scopus, WoS	Excluido: Desarrollo de un sistema educativo para la enseñanza de matemáticas a niños, sin centrarse en el ABP o el Pensamiento Variacional.
Y. Zheng, "Research on Mathematics Classroom Teaching Optimization Model Based on GA Neural Network," 2022.	Google Scholar, Scopus, WoS	Excluido: Propuesta de optimización de la enseñanza matemática utilizando redes neuronales genéticas, sin relación directa con ABP o Pensamiento Variacional.
U. R. Cukierman and J. C. Rozenhauz, "Las tecnologías móviles y su aplicación en la educación," 2005.	Solo Google Scholar	Excluido: Estudio preliminar sobre el impacto de las tecnologías móviles en la educación, no relacionado con IA, ABP o pensamiento variacional.

Fuente: Elaboración propia con base en las referencias del artículo.

En definitiva, los estudios que cumplieron con los criterios de inclusión se centraron en la aplicación de la IA en la educación matemática y abordaron el aprendizaje basado en problemas y/o el pensamiento variacional. Por tanto, la revisión de la literatura se limitó a la investigación empírica publicada en revistas revisadas por pares dentro del intervalo de tiempo especificado. Por lo tanto, este proceso de selección garantizó que sólo se incluyeran en el análisis estudios relevantes y rigurosos. Por tanto, la hipótesis de investigación de este artículo sugiere que "la integración de la IA en la educación matemática mejora significativamente los resultados de aprendizaje cuando se utiliza el aprendizaje basado en problemas y el pensamiento variacional". Asimismo, los objetivos de la investigación incluyen: identificar las principales herramientas y plataformas de IA utilizadas en la educación matemática, analizar diferentes modelos pedagógicos que integran IA, evaluar los efectos de la IA en el aprendizaje de los estudiantes en contextos matemáticos y reconocer los desafíos y oportunidades futuras para la integración de la IA en la educación matemática.

III. RESULTADOS, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

En relación con el estado actual, relacionado a la enseñanza de las matemáticas superiores, Zhang [13] señala que, a pesar de algunos avances logrados durante la reforma integral del sistema educativo, tanto la enseñanza tradicional como sus reformas, en donde, no logran satisfacer requisitos del mercado laboral, en particular en términos de formación de talento innovador. Igualmente, la enseñanza de las matemáticas superiores no se adapta completamente a las exigencias de la educación innovadora ni al rápido desarrollo de la educación superior. Por esta razón, considera fundamental prestar atención y explorar las deficiencias de la enseñanza de matemáticas superiores y su estrategia de reforma en el contexto de la educación innovadora. De esta forma, la educación ha experimentado numerosos cambios debido al desarrollo de la comunidad, y el ABP promueve la adquisición e integración de nuevos conocimientos y motiva a los estudiantes a ser protagonistas activos de su propio aprendizaje, según lo mencionado por Chilán Intriago y Párraga Álava, PhD [7].

Sin embargo, el ABP se diferencia significativamente de los métodos de enseñanza tradicionales porque cambia los roles de los profesores y los estudiantes. Según Orduña [6], en un aula utilizando el ABP, el profesor asume el papel de mentor o coach en lugar de principal poseedor del conocimiento, actuando como un facilitador más que como un único experto. Este enfoque implica el uso de problemas o casos específicamente diseñados para promover el aprendizaje sobre los aspectos más importantes del desempeño tanto por parte de profesores como de estudiantes. Igualmente, al desarrollo de Pensamiento Variacional, según Rico-Segura [4], el aprendizaje y la enseñanza del cálculo es un desafío importante en la educación superior en matemáticas, especialmente en los programas de ingeniería. La abstracción de conceptos y la necesidad de pensamiento analítico requieren por tanto enfoques pedagógicos innovadores.

Ahora, para garantizar la transparencia y reproducibilidad del proceso de revisión sistemática, se utilizó la versión en español del cuadro PRISMA 2009. La Figura 2, permitió documentar cada fase de identificación, selección, elegibilidad e inclusión de estudios, mostrando claramente cómo se aplicaron los criterios de selección y refinamiento establecidos en la metodología.

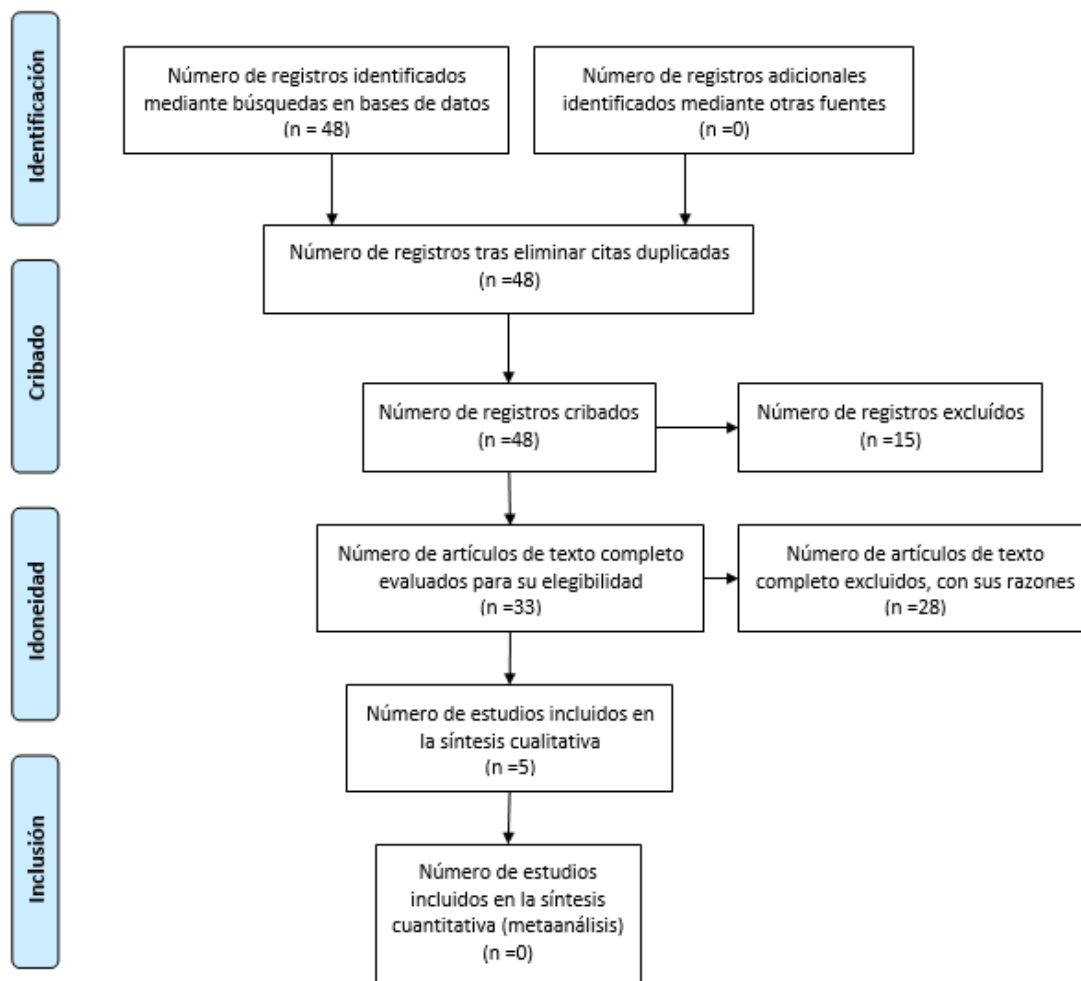


Figura 2: Diagrama de flujo PRISMA 2009 en español, aplicado al proceso de revisión sistemática de la investigación. Fuente: Adaptado de PRISMA.

Resumidamente, el diagrama PRISMA de 2009 demuestra el rigor metodológico empleado en la revisión, mostrando sistemáticamente cómo solo 5 de los 48 artículos identificados en las bases de datos iniciales cumplieron con los criterios de inclusión especificados. Estos estudios proporcionan la base empírica para el análisis, garantizando la relevancia, la puntualidad y la calidad científica de la interpretación de los resultados.

Por otra parte, estudios históricos indican que el desarrollo epistemológico del cálculo diferencial e integral siguió un camino largo e irregular y, en el sentido más formal, comenzó a consolidarse a partir del siglo XVII. Actualmente, según Abreu-Méndez et al. [14], el concepto de límite es considerado un concepto primordial en la enseñanza del cálculo, pues constituye la base conceptual de este conocimiento, tal como se presenta en los libros de texto de cálculo, generalmente se define en términos de límite de funciones. Por ejemplo, el desarrollo del cálculo

infinitesimal se intensificó a medida que creció el interés en calcular dígitos adicionales de π . Según Fernández-Cuesta [15], la capacidad de calcular un mayor número de dígitos se adoptó como criterio para evaluar el nuevo enfoque computacional. Con la llegada del análisis numérico, el cálculo de nuevos dígitos π también se utilizó como criterio de evaluación. Así, el desafío de determinar con mayor precisión el valor de π se convirtió en un serio desafío intelectual, lo que llevó al surgimiento de especialistas en cálculo hasta que la determinación de este valor se estableció como estándar.

Luego, con respecto a la Historia del Cálculo, según Su [16], se divide principalmente en tres aspectos: "connotación de frontera", "connotación derivada" y "segmento e integral". Sobre la base del proceso de investigación y los resultados, se ha comprobado que los materiales didácticos creados sobre la historia del cálculo tienen un impacto positivo en los estudiantes, lo que demuestra también la viabilidad de incorporar dichos materiales en la enseñanza de matemáticas a nivel general. Sin embargo, en un resultado similar al "Aprendizaje de la derivada en los estudiantes de ingeniería", según Loayza Torreblanca [17], más de la mitad de los estudiantes fueron calificados en la escala de calificación "mejorando" y "aprobable". Las dificultades y errores que los alumnos observan durante el proceso se deben fundamentalmente a una falta de conocimientos fundamentales del lenguaje y del pensamiento variacional, que no han sido adquiridos adecuadamente en etapas educativas anteriores.

Según Rico-Segura [4], el desarrollo del pensamiento variacional es esencial en el cálculo, donde el concepto de derivada se centra en la tasa de cambio y la variabilidad de una función; De igual manera, Vasco (2006) destaca la importancia de comprender las relaciones entre las variables y cómo evolucionan en un contexto matemático para el desarrollo del pensamiento variacional. Por lo tanto, adoptar esta perspectiva puede ayudar a los estudiantes a comprender mejor los conceptos básicos del cálculo, permitiéndoles aplicar este conocimiento a situaciones del mundo real y a otras disciplinas científicas. De igual manera, como lo indican Abreu Mendes y Moraes [14], el desarrollo del concepto de límite desde los libros de texto de historia de las matemáticas hasta su superación en el proceso de formación de estas ideas, podemos centrarnos en los conceptos establecidos por D'Alembert, Cauchy y Weierstrass, destacando la dinámica de los aspectos que se han presentado como un obstáculo epistemológico para la formación de este concepto estático.

Ahora, uno de los enfoques del Pensamiento Variacional, según Marmolejo-Vega [18], especifica que su objetivo es capturar y modelar la covariación entre escalas, por ejemplo, variaciones en el tiempo como lo menciona Vasco (2010). De esta manera, se puede destacar que su objetivo principal es modelar los patrones repetitivos de covariación entre las cantidades que existen en los subprocesos de la realidad. Igualmente, Moreno-Páez [19], respecto al fortalecimiento de las habilidades de interpretación y representación en la función cuadrática, un resultado destaca que, debido a los bajos resultados en pruebas estandarizadas como ICFES y PISA, y que los docentes dejan de lado las herramientas tecnológicas y los espacios digitales, en favor de la clase magistral; Es por ello que se ha implementado una estrategia didáctica para estudiantes de décimo grado. A través de la sistematización y análisis de la información recolectada, se encontró que los estudiantes mejoraron su desempeño en las habilidades de interpretación y representación del pensamiento variacional y modelación de situaciones problema a través del uso de Genially. Al mismo tiempo, aprendieron la función cuadrática sin limitar su aprendizaje al aula. De esta manera, las clases de matemáticas se adaptaron a sus intereses y resaltaron la necesidad de que los docentes se desarrollen acorde a los avances tecnológicos.

Por otra parte, concerniente a la Estrategia Didáctica, según Reynosa et al. [20], requieren establecer una relación constante, dialógica y triangular entre educadores, estudiantes y metodologías, independientemente de que los estudiantes sean conscientes o no de las metodologías utilizadas por el docente. De igual manera, es fundamental que el docente se cuestione continuamente: ¿para qué estoy educando? La reflexión sobre esta pregunta debe llevar a ajustes permanentes en la metodología, lo que permitirá optimizar el aprendizaje y formar a una persona capaz de desenvolverse de manera eficaz y autónoma en diversos contextos socioculturales. Igualmente, estos autores destacan, que la Estrategia Didáctica utilizada en la investigación científica, puede permitir al investigador desarrollar un sentido crítico de la naturaleza misteriosa, compleja e impredecible de ciertos problemas científicos. En otras palabras, estas estrategias ayudan a desarrollar un investigador abierto a diferentes perspectivas y capaz de anteponer los hechos científicos a los problemas cotidianos. Asimismo, los investigadores fomentan una cultura científica con los fundamentos teóricos de la ciencia, que se utilizan para solucionar los problemas más complejos mediante el uso del método científico en el entorno inmediato de la cultura social.

No obstante, la educación matemática se considera un campo de estudio centrado en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; por ende, este campo de estudio examina las diferentes formas en que se enseñan las matemáticas en diferentes culturas y épocas, cómo se han desarrollado y transmitido los conceptos matemáticos y cómo los enfoques pedagógicos han cambiado en respuesta al desarrollo de las matemáticas mismas y a las necesidades sociales, económicas y tecnológicas. De este modo, como lo señala Torres-Duarte [21], en la Educación Matemática, estas prácticas son importantes, especialmente considerando que la educación matemática es una verdad, una utilidad tecnológica, una herramienta para modelar la realidad y un mecanismo para el desarrollo intelectual estructurado.

Actualmente, en Estados Unidos, una característica notable es la alta reputación de las asociaciones profesionales dedicadas a la enseñanza de las matemáticas. La mayor de estas asociaciones es el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM), según Scott [22], tiene más de 60.000 miembros; cuyo evento principal es la reunión anual. Sin embargo, el NCTM de Estados Unidos destacó los problemas del enfoque tradicional de enseñanza de las matemáticas, señalando que en diversos contextos sociales las personas tienen dificultades para aplicar los conocimientos matemáticos adquiridos a través de la educación formal. Esto a menudo se demuestra por la incapacidad de interpretar gráficos, comprender análisis estadísticos simples o utilizar el sentido numérico al comprar productos en el supermercado considerando la relación precio-cantidad [23]. Por su parte, Pérez-Quintero et al. [24], en su Artículo Invitado denominado "Educación matemática a través de la virtualidad", destacan que el concepto de virtualidad tiene sus raíces en Platón, quien afirmó que el conocimiento surge de ideas e imágenes captadas en el entorno. En este sentido, la virtualidad se entiende como un proceso de aprendizaje abordado a través del proceso imaginario según lo mencionado Martínez et al. (2014).

Ahora, una referencia relacionada con la IA con la enseñanza de las matemáticas en el aula; La IA permite adaptar los contenidos y métodos de enseñanza a las necesidades y al ritmo de cada estudiante, facilitando así un aprendizaje más efectivo y significativo. Se presentan ejemplos de herramientas y plataformas de inteligencia artificial implementadas con éxito en las aulas de secundaria [25]. Según Zatti et al. [26], el uso de IA y programación intuitiva debe tener en cuenta las necesidades de quienes participan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Asimismo, estas tecnologías pueden apoyar la integración de diferentes campos como la educación matemática y la informática.

Para ilustrar, en una investigación de 2022, se analizan los efectos de la integración de la inteligencia artificial en la educación matemática, destacando el aumento de la motivación y el compromiso de los estudiantes, así como la mejora de sus habilidades matemáticas. De este modo, los estudios recientes confirman estos beneficios y concluyen que la IA enriquece significativamente la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria al proporcionar un enfoque más personalizado y eficaz [26]. Según Soesanto et al. [2], utilizando un diseño transversal y un enfoque fenomenológico, esta investigación examina las percepciones de los estudiantes de secundaria sobre el aprendizaje habilitado por IA, particularmente con respecto a su comprensión y sugerencias para el aprendizaje de matemáticas en el contexto pospandémico.

Características de los estudios

En primer lugar, considerando la creciente importancia de la Inteligencia Artificial en la Educación (IAEd) y la falta de una revisión exhaustiva sobre este tema, esta investigación tiene como objetivo realizar una revisión exhaustiva y sistemática de estudios influyentes sobre IAEd como lo mencionan Chen et al. [27]. Igualmente, se analizaron 50 artículos en términos de distribución anual, revistas líderes, instituciones, países/regiones, los términos más utilizados, así como las teorías y tecnologías adoptadas. De este modo, se incluyeron un total de 50 estudios en la revisión sistemática de literatura. Estos estudios emplearon metodologías y enfoques de investigaciones diversas (cuantitativas, cualitativas y mixtas) y cubrieron distintos niveles educativos (primaria, secundaria y superior) y contextos geográficos (países en todo el mundo).

A modo de ejemplo, para el presente artículo se presentan los comentarios más sobresalientes junto con la Tabla 4 que los organiza, proporcionando una visión detallada de investigaciones clave en la aplicación de la IA en la Educación Matemática. Esta selección de artículos se centra en diversas áreas, desde la integración de IA en ecuaciones matemáticas avanzadas hasta el impacto de herramientas innovadoras como ChatGPT en la enseñanza.

Tabla 4: Los comentarios más sobresalientes en la aplicación de la inteligencia artificial (IA) en la Educación Matemática.

Referencia	Combinación de Bases de Datos	Comentarios
D. Liu et al., "Uniqueness of system integration scheme of AI technology in fractional differential mathematical equation," 2023.	Google Scholar, Scopus, WoS	Investigación avanzada sobre la integración de IA en ecuaciones diferenciales fraccionarias.
F. Ji, "Development of an Exploring System: An Integrated Approach to Children's Math Education in China," 2021.	Google Scholar, Scopus, WoS	Desarrollo de un sistema educativo integrado para la enseñanza de matemáticas en niños.
Y. Zheng, "Research on Mathematics Classroom Teaching Optimization Model Based on GA Neural Network," 2022.	Google Scholar, Scopus, WoS	Propuesta de optimización de la enseñanza matemática utilizando redes neuronales genéticas.
Y. W. Su, "Research and practice in developing historical materials in teaching calculus," 2019	Google Scholar, Scopus, WoS	Investigación sobre el desarrollo de materiales históricos para la enseñanza del cálculo.
Y. Wardat et al., "ChatGPT: A revolutionary tool for teaching and learning mathematics," 2023.	Google Scholar, Scopus, WoS	Evaluación del impacto de ChatGPT en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Fuente: Elaboración propia con base en las referencias del artículo.

En definitiva, los anteriores comentarios destacan investigaciones que abordan áreas avanzadas de aplicación de la inteligencia artificial (IA) y su impacto en la educación matemática, así como en otros aspectos pedagógicos importantes. La tabla 4 refleja la diversidad de enfoques y propuestas en la optimización de la enseñanza matemática y el uso innovador de la tecnología. Estos estudios no solo contribuyen al avance en la integración de la IA en la educación, sino que también ofrecen perspectivas valiosas sobre cómo mejorar los métodos pedagógicos y las herramientas educativas para el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes.

Tendencias y patrones

Los resultados indican que la IA se ha integrado eminentemente en la enseñanza de las matemáticas por medio de herramientas adaptativas y tutores inteligentes que facilitan el aprendizaje personalizado. De igual manera, los tipos de problemas matemáticos abordados varían desde problemas de álgebra básica (sistemas algebraicos) hasta problemas avanzados de cálculo (sistemas analíticos) y geometría. En este caso, el Pensamiento Variacional relacionados con los sistemas algebraicos y analíticos, ha sido promovido mediante simulaciones y herramientas interactivas que permiten la operación dinámica de parámetros matemáticos, mejorando la comprensión y el compromiso de los estudiantes [28] [29]. Igualmente, la IA utiliza áreas como el Machine Learning, el Deep Learning y el Procesamiento del Lenguaje Natural (PLN) para permitir que los algoritmos aprendan de manera autónoma [30].

Los artículos recuperados de las diferentes bases de datos se caracterizan y analizan en este documento según su cobertura temática y origen. De este modo, se detalla en la descripción estadística de los resultados, cada combinación de bases de datos produjo un conjunto específico de artículos citados en las referencias con estilo IEEE del presente estudio. Por ejemplo:

- Google Scholar, Scopus, WoS: se identificaron 7 artículos, correspondientes a las referencias [2], [4], [5], [10], [13], [19] y [28]. Esta combinación de bases de datos muestra una diversidad de estudios en diversas áreas de las matemáticas, brindando una amplia cobertura temática. La variedad de enfoques y la inclusión de bases de datos como Scopus y WoS brindan artículos con alto impacto académico.
- ProQuest (incluye ERIC): se encontraron 4 artículos, indicados por las referencias [9], [17], [38] y [44]. Aunque el número es menor en comparación con otras combinaciones, esta base de datos incluye a ERIC, que es conocido por su enfoque en educación

y psicología educativa. Los artículos recuperados de esta combinación están fuertemente orientados a estudios sobre educación matemática.

- Google Scholar, ERIC, SpringerLink: Este conjunto generó 8 artículos, con referencias [\[3\]](#), [\[7\]](#), [\[14\]](#), [\[20\]](#), [\[26\]](#), [\[29\]](#), [\[37\]](#) y [\[47\]](#). La combinación de Google Scholar y ERIC con SpringerLink proporcionó una cantidad significativa de artículos, lo que evidencia un buen equilibrio entre artículos en educación y ciencias aplicadas, particularmente en el contexto de la enseñanza de las matemáticas y la integración de nuevas metodologías pedagógicas.
- Google Scholar, ERIC, JSTOR: Se recuperaron 10 artículos, correspondientes a las referencias [\[11\]](#), [\[12\]](#), [\[18\]](#), [\[22\]](#), [\[27\]](#), [\[31\]](#), [\[35\]](#), [\[42\]](#), [\[46\]](#) y [\[49\]](#). Esta combinación resultó ser la más productiva, lo que sugiere que el uso de JSTOR junto con Google Scholar y ERIC ofrece una amplia cobertura de la literatura académica relevante. Este conjunto de artículos cubre tanto la teoría como las prácticas innovadoras en la educación matemática.
- Otras bases de datos específicas: se localizaron 9 artículos con las referencias [\[6\]](#), [\[30\]](#), [\[32\]](#), [\[33\]](#), [\[36\]](#), [\[39\]](#), [\[43\]](#), [\[48\]](#) y [\[50\]](#). La variedad de bases de datos específicas proporciona un abanico de estudios que pueden no estar disponibles en otras fuentes más generales, destacando la relevancia de las fuentes especializadas en la investigación educativa y metodológica.
- Solo Google Scholar: se obtuvieron 5 artículos, correspondientes a las referencias [\[15\]](#), [\[21\]](#), [\[23\]](#), [\[40\]](#) y [\[41\]](#). Aunque el número es menor, Google Scholar ofrece acceso a una amplia gama de artículos académicos, que abarcan diferentes perspectivas y enfoques en la educación matemática.
- Google Scholar, EBSCO, REDALYC, Dialnet: se encontraron 5 artículos, indicados por las referencias [\[1\]](#), [\[8\]](#), [\[16\]](#), [\[24\]](#) y [\[25\]](#). Esta combinación de bases de datos proporcionó una cantidad moderada de artículos, con cobertura en diferentes áreas del conocimiento, permitiendo el acceso a estudios en diversas disciplinas relacionadas con la educación.

Estas combinaciones demuestran la diversidad y amplitud de los estudios en las diferentes bases de datos, cuyos detalles pueden verse en la sección Referencias donde se enumeran y clasifican cada uno de estos artículos (véase Referencias). En definitiva, la combinación de Google Scholar, ERIC, y JSTOR demostró ser la más eficaz para encontrar artículos relevantes, con un total de 10 artículos. Este hallazgo sugiere que para una investigación exhaustiva en el campo de la inteligencia artificial en la enseñanza de las matemáticas y el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), es beneficioso utilizar una combinación de bases de datos que incluya JSTOR y ERIC junto con Google Scholar.

Impactos en el Aprendizaje, Desafíos y oportunidades

El análisis de los estudios examinados muestra que la integración de la IA en la educación matemática mejora significativamente el rendimiento académico de los estudiantes al permitir la personalización del aprendizaje a través de sistemas inteligentes de tutoría. También se observa un aumento de la motivación y el compromiso a medida que los alumnos participan en experiencias más interactivas, como la gamificación y el uso de simulaciones de aprendizaje [\[31\]](#) [\[32\]](#). Asimismo, se observan cambios en las prácticas docentes, destacando el mayor uso de herramientas basadas en la IA para la recopilación y análisis de datos sobre el rendimiento de los estudiantes. Estas evaluaciones continuas permiten a los profesores identificar rápidamente las áreas de dificultad y ajustar sus estrategias pedagógicas, optimizando así la eficacia de la enseñanza [\[33\]](#).

Ahora, con respecto a la estrategia didáctica propuesta no sólo fortalece el dominio de los sistemas algebraicos y analíticos, sino que también promueve un conjunto integral de habilidades esenciales para el desarrollo del pensamiento variacional. Además, la integración de herramientas tecnológicas, como se observa en el estudio de Tan [\[34\]](#), proporciona un enfoque avanzado para la enseñanza de las matemáticas con apoyo, mejorando así el rendimiento académico de los estudiantes y su compromiso en contextos de aprendizaje innovadores.

Por su parte, el uso de sistemas basados en IA se enfrenta a la tensión entre su capacidad de resolución de problemas y los riesgos que suponen para los derechos humanos, la igualdad de acceso a la educación y la inclusión social. En este contexto, comprender las capacidades y limitaciones de la IA es esencial para desarrollar estrategias didácticas que integren el Pensamiento Variacional y el ABP. En efecto, estas estrategias no solo promueven el desarrollo de habilidades analíticas y críticas, sino que también permiten la reflexión sobre la interacción hombre-máquina, mejorando así el aprendizaje adaptativo y personalizado [\[35\]](#). Además, la IA es vista como una herramienta capaz de aumentar los niveles de vida y abordar los desafíos globales, al tiempo que enriquece la enseñanza asistida, promueve la resolución de problemas complejos y la innovación pedagógica [\[36\]](#).

Asimismo, Castillejos López [\[37\]](#) señala que la IA ha cambiado significativamente los entornos de aprendizaje, influyendo tanto en la educación formal como en la informal. En plataformas como TikTok, algunos creadores de contenido comparten trucos académicos diseñados para facilitar las tareas a los estudiantes. Sin embargo, estos recursos pueden fomentar prácticas poco éticas en el campo académico y profesional, especialmente entre los profesores. En este sentido, es importante reflexionar sobre cómo la IA influye en el desarrollo de competencias clave como el Pensamiento Variacional y el uso del ABP. Además, el autor menciona que estos métodos tienen como propósito promover el aprendizaje ético y significativo y priorizar el desarrollo de habilidades críticas y analíticas en los estudiantes universitarios.

En síntesis, la aplicación de la IA en la enseñanza de las matemáticas plantea importantes desafíos, como la formación continua de los profesores, la protección de la privacidad y la mitigación del sesgo algorítmico. Además, es esencial una sólida infraestructura tecnológica que apoye estas innovaciones. No obstante, existen numerosas oportunidades para futuros desarrollos, como el desarrollo de herramientas de IA más completas y accesibles y la creación de modelos pedagógicos innovadores que aprovechen las capacidades de la IA [\[38\]](#) [\[39\]](#). En este contexto, Getenet [\[40\]](#) destaca el potencial de herramientas como ChatGPT para enseñar estrategias de resolución de problemas en el aula y sugiere que se utilice como un recurso valioso en los programas de formación de maestros. En el contexto del Pensamiento Variacional, estas herramientas pueden ofrecer, entre otras cosas, la posibilidad de personalizar el aprendizaje y adaptarlo a las necesidades individuales de los estudiantes, permitiendo un enfoque dinámico y flexible para la enseñanza de sistemas algebraicos y analíticos.

Pensamiento Variacional, ABP, IA y Estrategias Didácticas en la Educación Matemática

En primera instancia, a través de la revisión de la literatura, se encontró que el Pensamiento Variacional es fundamental para el desarrollo de competencias matemáticas importantes como reconocer patrones, formular conjeturas y resolver problemas complejos en contextos algebraicos y analíticos. Sin embargo, su desarrollo en el ámbito escolar se ha visto limitado por los métodos tradicionales que enfatizan la memorización y repetición de procedimientos en lugar de promover la comprensión profunda y la exploración conceptual. Este hallazgo resalta la necesidad de nuevas estrategias didácticas [20] [8], que promuevan la autonomía de los estudiantes, el pensamiento crítico y la capacidad para abordar eficazmente los problemas matemáticos. De este modo, la estrategia didáctica no se centra únicamente en la transmisión de conocimientos, sino también en el desarrollo integral de los estudiantes, promoviendo su capacidad crítica, creativa y autónoma.

De este modo, por medio los Derechos Básicos del Aprendizaje en Matemáticas [41], una estrategia didáctica debe garantizar que los alumnos tengan acceso a un aprendizaje significativo, completo y contextualizado. Estos derechos promueven que cada estudiante pueda desarrollar su potencial cognitivo, emocional, social y ético dentro de un entorno inclusivo que respete su diversidad. De este modo, la estrategia didáctica debe centrarse en procesos didácticos que alienten la participación activa, la reflexión y la resolución de problemas, permitiendo a los alumnos construir sus conocimientos sobre la base de experiencias reales y significativas.

Se ha encontrado que el ABP es un método eficaz para superar estas limitaciones. Según la literatura revisada, el ABP no solo promueve la colaboración y la comunicación entre los estudiantes, sino que también promueve el Pensamiento Variacional al presentarles problemas auténticos y desafiantes que requieren la manipulación de variables algebraicas y analíticas. Se ha demostrado que el ABP mejora significativamente el rendimiento académico y las habilidades de resolución de problemas complejos, especialmente en áreas como los sistemas algebraicos y analíticos, para fomentar el Pensamiento Variacional como lo sugiere Vasco [42].

Papel de la Inteligencia Artificial (IA) en la educación: Potencialidades y limitaciones

El papel de la Inteligencia Artificial ha revolucionado la educación al proporcionar herramientas que permiten personalizar la enseñanza y ofrecer retroalimentación de manera inmediata. Sin embargo, en el área de las matemáticas, la IA tiene la capacidad de identificar y abordar más eficaz las dificultades que se presentan en el aprendizaje por parte del estudiante, en comparación con los métodos tradicionales en el ámbito educativo. Igualmente, la IA permite a los estudiantes investigar problemas matemáticos complejos mediante simulaciones y visualizaciones interactivas [43]. Sin embargo, la implementación de la IA también presenta algunas limitaciones, como riesgos relacionados con la privacidad de los datos, la dependencia de la tecnología y posibles sesgos en los algoritmos que podrían comprometer la equidad de la educación [44].

Ahora, con respecto a las Herramientas de IA aplicables a la Educación, un resultado de un artículo de investigación reciente, examina el impacto de la inteligencia artificial (IA) en la educación a través de tres herramientas: ChatGPT, que utiliza procesamiento de lenguaje natural para responder a consultas; Sistemas de Tutoría Inteligente (ITS), diseñados para enseñar con retroalimentación personalizada; y miMente IA, centrada en el bienestar mental de los estudiantes. La integración de la IA puede mejorar la calidad del aprendizaje mediante la personalización y la evaluación automatizada, aunque se deben considerar aspectos éticos. Sucintamente, la IA tiene un gran potencial para mejorar la educación y preparar a los estudiantes para un futuro tecnológico [45].

En el ámbito de la educación, ChatGPT puede proporcionar un apoyo inestimable tanto a estudiantes como a educadores, ayudando en tareas como generar resúmenes de textos largos y responder preguntas relevantes. De igual forma la IA, es una tecnología emergente que se ha convertido en un campo de conocimiento en constante evolución, desplazando continuamente a otras tecnologías y transformando la vida humana [46]. De este modo, en el ámbito educativo, el uso del ChatGPT ofrece oportunidades interesantes para estudiantes y profesores, incluyendo comentarios personalizados, mayor accesibilidad, conversaciones interactivas, preparación de lecciones, evaluación y nuevas formas de enseñar conceptos complejos [47]. Sin embargo, ChatGPT plantea varias amenazas al sistema tradicional de educación e investigación, incluyendo la posibilidad de hacer trampa en exámenes en línea, la generación de texto similar a la humana, las habilidades reducidas de pensamiento crítico y las dificultades para evaluar la información generada por ChatGPT.

De acuerdo con diversos informes internacionales, la Inteligencia Artificial en Educación (IAEd) se considera uno de los campos emergentes dentro de la tecnología educativa. Aunque ha estado presente durante aproximadamente 30 años, los educadores todavía no tienen claridad sobre cómo aprovechar su potencial pedagógico a una escala mayor ni cómo puede influir de manera significativa en la enseñanza y el aprendizaje en la educación superior [31]. Asimismo, Alisa et al. [33], afirman que la aplicación de la inteligencia artificial en el ámbito educativo relacionado al planteamiento del problema, contribuye a la planificación, evaluación, formación, educación y adquisición de habilidades en diversos campos, lo que facilita que los estudiantes alcancen la excelencia académica en el aula con los estudiantes. Numerosos estudios han confirmado que el concepto de inteligencia artificial y su aplicación en la educación es una de las tendencias modernas que lidera la escala de intereses de investigación científica en todos los países.

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el Pensamiento Variacional en la Enseñanza de la Matemática con IA

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el Pensamiento Variacional son enfoques pedagógicos que fomentan el aprendizaje activo y el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas, por parte del estudiante. En efecto, el ABP coloca a los estudiantes en el centro del proceso del aprendizaje, involucrándolos directamente en la resolución de problemas complejos y del mundo real, lo cual promueve la motivación y el compromiso. De esta manera, el Pensamiento Variacional, por su parte, se centra en la optimización y la modelación matemática para resolver problemas prácticos y teóricos, facilitando la comprensión profunda de conceptos matemáticos avanzados [6] [48]. Estos enfoques son particularmente adecuados para ser mejorados con tecnologías de IA, que pueden proporcionar entornos de aprendizaje dinámicos y personalizados en el ámbito educativo.

Hwang et al. [43], el estudio de las matemáticas presentó un gran desafío para muchos estudiantes. Los avances en la tecnología informática, especialmente la inteligencia artificial (IA), brindan el potencial de abordar este problema mediante el diagnóstico de problemas de aprendizaje individuales y ofreciendo apoyo personalizado para mejorar el rendimiento en los cursos de matemáticas. Sin embargo, se necesitan más

resúmenes desde diferentes perspectivas para ayudar a los investigadores, especialmente los novatos, a obtener una visión integral de la investigación de la IA en la educación matemática. Sin embargo, la integración de las matemáticas y la inteligencia artificial (IA) es un campo extremadamente prometedor, por lo que una visión general completa en esta área es extremadamente importante, según lo propuesto por Fu [49].

A medida que la educación en línea se ha vuelto popular en la educación superior en los últimos años, la IA ha abierto nuevas formas de mejorar la enseñanza y el aprendizaje en la educación superior en línea. Sin embargo, como lo aluden Ouyang et al. [32], son escasas las revisiones de la literatura que se centran en las funciones, efectos e implicaciones de la inteligencia artificial en el contexto de la educación superior en línea. Además, aún no está claro qué algoritmos de IA se utilizan ampliamente y qué impacto tienen en la educación superior en línea. Para llenar estos vacíos, esta revisión sistemática proporciona una visión general de la investigación empírica sobre el uso de la inteligencia artificial en la educación superior en línea.

No obstante, Davis [50], señala que actualmente no existe ningún sistema de inteligencia artificial que pueda resolver estos problemas de forma fiable. Hay tres enfoques desarrollados utilizando tecnología de lenguaje natural basada en inteligencia artificial: generar directamente una respuesta, desarrollar un programa de computadora para resolver el problema y crear una representación formal que pueda usarse mediante la demostración automática de teoremas. Se discutirán varias pruebas para evaluar estos sistemas, así como varios estudios experimentales. También se discutieron las limitaciones de la tecnología moderna para resolver estos problemas.

En síntesis, la integración de la inteligencia artificial (IA) en estrategias didácticas centradas en el aprendizaje basado en problemas y el pensamiento variacional se presenta como una herramienta transformadora para el aprendizaje significativo. Desde nuestro punto de vista, la IA puede enriquecer la enseñanza y el aprendizaje personalizando los procesos educativos y proporcionando a los estudiantes experiencias interactivas adaptadas a sus necesidades individuales. Las herramientas basadas en IA pueden facilitar la resolución de problemas complejos a través de simulaciones, retroalimentación instantánea y análisis predictivo, lo que permite a los estudiantes visualizar y experimentar con conceptos matemáticos de forma más dinámica. Además, la implementación de estrategias didácticas que integren la IA en el ABP no solamente aumenta la motivación y el compromiso de los estudiantes, sino que también promueve un aprendizaje más profundo y sostenible y fomenta un conocimiento más significativo en áreas como los sistemas algebraicos y analíticos.

Dada la observación sobre el uso del método PRISMA, se ha ampliado la descripción de los procedimientos empleados en el proceso de selección. La revisión sistemática se realizó de acuerdo con las directrices del método PRISMA (Preferred Reporting Elements for Systematic Reviews and Meta-Analysis), lo que garantizó la transparencia y la reproducibilidad. La revisión de los artículos se realizó en tres fases: (i) identificación de registros en bases de datos relevantes (Dialnet, EBSCO, Scopus, ERIC, JSTOR, SpringerLink, ProQuest, WoS, REDALYC y Google Scholar); (ii) filtrado inicial mediante la eliminación de duplicados y la revisión de títulos y resúmenes; y (iii) análisis de texto completo para determinar si los estudios cumplían los criterios de inclusión.

Los criterios de inclusión fueron: (a) investigación empírica publicada entre 2019 y 2024, (b) estudios revisados por pares, (c) el uso de inteligencia artificial en la educación matemática, (d) vínculos con el aprendizaje basado en problemas (ABP) y/o el pensamiento variacional. Los criterios de exclusión incluyeron artículos teóricos, revisiones de opinión, estudios sin datos empíricos y estudios que, aunque relacionados con la educación matemática, no abordaban directamente la inteligencia artificial ni el ABP.

La calidad de los estudios se evaluó mediante indicadores de validez metodológica, como: (i) claridad del diseño del estudio, (ii) coherencia entre los objetivos, la metodología y los resultados, (iii) evidencia empírica confirmable, y (iv) relevancia para el contexto educativo. Solo se incluyeron en el análisis final los artículos que cumplieron con el nivel aceptable de calidad en estos aspectos.

En cuanto a la crítica exhaustiva del análisis, la interpretación de los hallazgos se reforzó mediante el uso de las Tablas 2 y 3, que destacan claramente la contribución de los estudios incluidos y las razones para excluir otros. Esto permitió una delimitación más rigurosa del alcance de la revisión y dejó claro que, si bien algunos artículos se relacionan con la experiencia de la educación básica, la síntesis final prioriza los artículos centrados en la educación superior, garantizando así la coherencia con el objetivo de la investigación.

En consecuencia, el proceso metodológico implementado demuestra el rigor científico mantenido y justifica la relevancia de los artículos analizados. Este procedimiento no sólo contribuye a la confiabilidad de los hallazgos, sino que también asegura que la investigación cumpla con los estándares requeridos para las revisiones sistemáticas en el campo de la educación matemática.

IV. CONCLUSIONES

La revisión sistemática de la literatura muestra que la integración de la Inteligencia Artificial (IA) en la educación matemática combinada con el ABP aumenta tanto el rendimiento académico como el compromiso del estudiante. Esta mejora se atribuye a la capacidad de la IA para personalizar el aprendizaje, incorporar elementos de gamificación y simulaciones interactivas que aumentan la motivación y promover el desarrollo de habilidades de resolución de problemas en contextos prácticos. Además, la IA proporciona retroalimentación inmediata y facilita una instrucción diferenciada, amplía el acceso a los recursos educativos y contribuye a un entorno de aprendizaje más inclusivo y eficaz, según lo señalado por Getenet [40].

Por otra parte, el presente estudio ofrece una visión global de las prácticas actuales y los efectos de la inteligencia artificial (IA) en la enseñanza del pensamiento variacional, destacando las mejoras en la motivación y aprendizaje de los estudiantes al utilizar herramientas tecnológicas avanzadas. Los efectos observados incluyen un aprendizaje más personalizado, una mayor participación en la resolución de problemas matemáticos y un desarrollo más profundo de las habilidades analíticas. Sin embargo, también subraya la importancia de abordar las cuestiones éticas y la necesidad de formar a los profesores para el uso eficaz de estas tecnologías, estableciendo así una base sólida para futuras políticas educativas.

Posteriormente, las futuras investigaciones deberán explorar la eficacia a largo plazo de las herramientas de IA en diferentes contextos educativos, desarrollando así estrategias para superar los obstáculos de implementación identificados en el estudio. Por lo tanto, es esencial que estos estudios no solo midan el impacto directo de la tecnología de IA, sino también analizar cómo estas herramientas impactan el aprendizaje y la participación de los estudiantes a través del tiempo. Esto incluye la necesidad de examinar cómo las herramientas de IA pueden integrarse en diferentes contextos educativos, desde la enseñanza primaria hasta la superior, y cómo su uso puede variar según factores como el contexto cultural, el nivel educativo y la infraestructura tecnológica disponible.

Finalmente, es crucial que las investigaciones futuras desarrollen estrategias didácticas para superar las barreras de implementación que se han identificado en el estudio. Sin embargo, estas barreras pueden incluir desafíos tecnológicos, como la falta de infraestructura adecuada, así como cuestiones éticas y de privacidad relacionadas con el uso de sus datos. Por lo tanto, las estrategias deben abordar estos desafíos diseñando soluciones tecnológicas integrales y accesibles, creando modelos educativos innovadores y capacitando continuamente a los maestros para que utilicen herramientas efectivas de IA. En este caso, solamente mediante una investigación exhaustiva y un enfoque proactivo para resolver estos problemas podremos maximizar el potencial de la IA en la educación y garantizar que sus beneficios sean sostenibles y equitativos para todos los estudiantes.

V. REFERENCIAS

- [1] V. G. Osorio Vidal, J. T. Palomino Alca, M. F. Huayhua Prada, and I. Gambini López, “Enseñanza del Álgebra Lineal en estudiantes universitarios,” *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, vol. 7, no. 27, 2023, doi: [10.33996/revistahorizontes.v7i27.522](https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v7i27.522).
- [2] R. H. Soesanto, K. P. S. Dirgantoro, and N. Priyanti, “Indonesian students’ perceptions towards AI-based learning in mathematics,” *Journal on Mathematics Education*, vol. 13, no. 3, 2022, doi: [10.22342/jme.v13i3.pp531-548](https://doi.org/10.22342/jme.v13i3.pp531-548).
- [3] D. Liu, J. Xiong, and S. Babaker, “Uniqueness of system integration scheme of artificial intelligence technology in fractional differential mathematical equation,” *Applied Mathematics and Nonlinear Sciences*, vol. 8, no. 1, 2023, doi: [10.2478/amns.2022.2.0103](https://doi.org/10.2478/amns.2022.2.0103).
- [4] A. Rico Segura, “El Aprendizaje y La Enseñanza del Cálculo Diferencial: Perspectivas desde las Teorías APOE y Ontosemiótica,” *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, vol. 8, no. 1, 2024, doi: [10.37811/cl_rcm.v8i1.9939](https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i1.9939).
- [5] MEN, *Serie Lineamientos Curriculares Matemáticas*. 1998.
- [6] J. M. Orduña, “Introducción de metodologías de aprendizaje basado en problemas mediante tecnologías multimedia,” *Enseñanza y Aprendizaje de Ingeniería de Computadores*, Dec. 2020, doi: [10.30827/digibug.32203](https://doi.org/10.30827/digibug.32203).
- [7] B. D. Chilán Intriago and Dr. J. Párraga Álava, PhD, “El Aprendizaje Basado en Problemas como alternativa didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas,” *Revista Científica Sinapsis*, vol. 1, no. 22, 2023, doi: [10.37117/s.v1i22.712](https://doi.org/10.37117/s.v1i22.712).
- [8] R. J. Feo Mora, “Orientaciones básicas para el diseño de estrategias didácticas,” 2010.
- [9] F. Silva-Díaz, J. Carrillo-Rosúa, G. Fernández-Ferrer, R. Marfil-Carmona, and R. Narváez, “Valoración de tecnologías inmersivas y enfoque STEM en la formación inicial del profesorado,” *RIED-Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, vol. 27, no. 1, 2023, doi: [10.5944/ried.27.1.37688](https://doi.org/10.5944/ried.27.1.37688).
- [10] G. Biau and A. Echterhölter, “AI in mathematics,” in *Beyond Quantity*, transcript Verlag, 2023, pp. 325–332. doi: [10.1515/9783839467664-018](https://doi.org/10.1515/9783839467664-018).
- [11] R. F. Do Nascimento, M. H. G. Canteri, and J. L. Kovaleski, “Impacto dos Sistemas de Recompensas na Motivação Organizacional: Revisão Sistemática pelo Método PRISMA,” *Revista Gestão & Conexões*, vol. 8, no. 2, 2019, doi: [10.13071/regec.2317-5087.2019.8.2.23541.44-58](https://doi.org/10.13071/regec.2317-5087.2019.8.2.23541.44-58).
- [12] Mónica. V. Cely-Salazar and A. Quiñones-Urquijo, “Revisión sistemática de las características de evaluación curricular en programas académicos de pregrado a través del método PRISMA-NMA,” *Revista Electrónica Calidad en la Educación Superior*, vol. 13, no. 2, 2022, doi: [10.22458/caes.v13i2.4415](https://doi.org/10.22458/caes.v13i2.4415).
- [13] X. Zhang, “An Innovative Model of Higher Mathematics Curriculum Education Incorporating Artificial Intelligence Technology,” *Applied Mathematics and Nonlinear Sciences*, vol. 9, no. 1, 2024, doi: [10.2478/amns.2023.2.01524](https://doi.org/10.2478/amns.2023.2.01524).
- [14] I. Abreu Mendes and M. S. F. de Moraes, “OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS SOBRE EL CONCEPTO DE LÍMITE DE FUNCIONES EN MANUALES DE HISTORIA DE MATEMÁTICAS,” *PARADIGMA*, 2020, doi: [10.37618/paradigma.1011-2251.2020.p240-265.id840](https://doi.org/10.37618/paradigma.1011-2251.2020.p240-265.id840).
- [15] J. A. Fernández Cuesta, “Carlos Blanco Vázquez. ‘Historia del cálculo a través de sus instrumentos’. Cuadernos de Historia de las Telecomunicaciones No 10 (Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación, Universidad Politécnica de Madrid). Fundación Rogelio Segovia...,” *Anales del Seminario de Historia de la Filosofía*, vol. 36, no. 3, 2019, doi: [10.5209/ashf.65139](https://doi.org/10.5209/ashf.65139).
- [16] Y. W. Su, “Research and practice in developing historical materials in teaching calculus,” *International Journal of Information and Education Technology*, vol. 9, no. 3, 2019, doi: [10.18178/ijiet.2019.9.3.1197](https://doi.org/10.18178/ijiet.2019.9.3.1197).
- [17] F. Loayza Torreblanca, “INGENIERÍA Y SITUACIÓN DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO,” *Revista de Investigaciones*, vol. 10, no. 2, 2021, doi: [10.26788/riepg.v10i2.2644](https://doi.org/10.26788/riepg.v10i2.2644).
- [18] C. V. Marmolejo Vega, “Propuesta de protocolo de investigación en función del desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de 1er semestre de la Licenciatura Ingeniería en Sistemas Computacionales del Instituto Tecnológico de Chilpancingo, Guerrero,” *Dilemas contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 2023, doi: [10.46377/dilemas.v2i10.3474](https://doi.org/10.46377/dilemas.v2i10.3474).
- [19] J. A. Moreno Páez, “Fortalecimiento de las competencias interpretativas y de representación en la función cuadrática a través de Genially,” *Rastros Rostros*, vol. 24, no. 2, 2022, doi: [10.16925/2382-4921.2022.02.03](https://doi.org/10.16925/2382-4921.2022.02.03).
- [20] E. Reynosa, E. Serrano, A. Ortega- Parra, O. Navarro, J. Cruz-Montero, and E. Salazar, “Estrategias Didácticas para la investigación científica: Relevancia en la forma de investigadores,” *Universidad y Sociedad*, vol. 12, no. 1, 2019.
- [21] J. Torres-Duarte, “Miradas críticas en la Educación Matemática,” *Revista Colombiana de Educación*, no. 86, 2022, doi: [10.17227/rce.num86-12090](https://doi.org/10.17227/rce.num86-12090).
- [22] P. Scott, “Educación Matemática y Pandemia: experiencias en los Estados Unidos de América,” *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, vol. 16, no. 20, 2021.
- [23] Á. Alsina and C. Coronata, “Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación,” *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, vol. 3, no. 2, 2021, doi: [10.24197/edmain.2.2014.23-36](https://doi.org/10.24197/edmain.2.2014.23-36).

- [24] F. E. Pérez Quintero, E. Garrido Bermúdez, E. Mosquera Ruiz, and J. A. Sastoque Zapata, "Educación matemática a través de la virtualidad," *Horizontes pedagógicos*, vol. 25, no. 2, 2024, doi: [10.33881/0123-8264.hop.25207](https://doi.org/10.33881/0123-8264.hop.25207).
- [25] P. Val-Fernández, "The Symbiosis between Artificial Intelligence and Secondary School Mathematics Teaching = La Simbiosis entre la Inteligencia Artificial y la Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Secundaria," *Advances in Building Education*, vol. 7, no. 3, 2023, doi: [10.20868/abe.2023.3.5203](https://doi.org/10.20868/abe.2023.3.5203).
- [26] E. A. Zatti, R. Balbino, S. G. de Mattos, and M. A. Kalinke, "Una Propuesta para la Creación de una Plataforma Asistida por la Inteligencia Artificial para la Construcción de Objetos de Aprendizaje de Matemática," *PARADIGMA*, 2022, doi: [10.37618/paradigma.1011-2251.2022.p259-281.id1226](https://doi.org/10.37618/paradigma.1011-2251.2022.p259-281.id1226).
- [27] X. Chen, H. Xie, D. Zou, and G. J. Hwang, "Application and theory gaps during the rise of Artificial Intelligence in Education," *Jan. 01, 2020*, Elsevier B.V. doi: [10.1016/j.caeai.2020.100002](https://doi.org/10.1016/j.caeai.2020.100002).
- [28] Y. Wardat, M. A. Tashtoush, R. AlAli, and A. M. Jarrah, "ChatGPT: A revolutionary tool for teaching and learning mathematics," *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, vol. 19, no. 7, 2023, doi: [10.29333/ejmste/13272](https://doi.org/10.29333/ejmste/13272).
- [29] Y. Qiu, J. Pan, and N. A. Ishak, "Effectiveness of Artificial Intelligence (AI) in Improving Pupils' Deep Learning in Primary School Mathematics Teaching in Fujian Province," *Comput Intell Neurosci*, vol. 2022, 2022, doi: [10.1155/2022/1362996](https://doi.org/10.1155/2022/1362996).
- [30] W. Patricio et al., "Implementación de la Inteligencia Artificial (IA) como Recurso Educativo," *Revista: Recimundo*, no. 2, 2022.
- [31] O. Zawacki-Richter, V. I. Marín, M. Bond, and F. Gouverneur, "Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education – where are the educators?" *Dec. 01, 2019*, Springer Netherlands. doi: [10.1186/s41239-019-0171-0](https://doi.org/10.1186/s41239-019-0171-0).
- [32] F. Ouyang, L. Zheng, and P. Jiao, "Artificial intelligence in online higher education: A systematic review of empirical research from 2011 to 2020," *Educ Inf Technol (Dordr)*, vol. 27, no. 6, pp. 7893–7925, Jul. 2022, doi: [10.1007/s10639-022-10925-9](https://doi.org/10.1007/s10639-022-10925-9).
- [33] R. A. S. Alissa and M. A. Hamadneh, "The Level of Science and Mathematics Teachers' Employment of Artificial Intelligence Applications in the Educational Process," *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, vol. 11, no. 6, 2023, doi: [10.46328/ijemst.3806](https://doi.org/10.46328/ijemst.3806).
- [34] J. Tan, "Information Analysis of Advanced Mathematics Education-Adaptive Algorithm Based on Big Data," *Math Probl Eng*, vol. 2022, 2022, doi: [10.1155/2022/7796681](https://doi.org/10.1155/2022/7796681).
- [35] P. Dellepiane and P. Guidi, "La inteligencia artificial y la educación," *Question/Cuestión*, vol. 3, no. 76, 2023, doi: [10.24215/16696581e859](https://doi.org/10.24215/16696581e859).
- [36] A. A. Becerril Gil, "Retos para la regulación jurídica de la Inteligencia Artificial en el ámbito de la Ciberseguridad," *REVISTA IUS*, vol. 15, no. 48, 2021, doi: [10.35487/rius.v15i48.2021.705](https://doi.org/10.35487/rius.v15i48.2021.705).
- [37] B. Castillejos López, "Inteligencia artificial y los entornos personales de aprendizaje: atentos al uso adecuado de los recursos tecnológicos de los estudiantes universitarios," *Educación*, vol. 31, no. 60, 2022, doi: [10.18800/educacion.202201.001](https://doi.org/10.18800/educacion.202201.001).
- [38] Y. Zheng, "Research on Mathematics Classroom Teaching Optimization Model Based on GA Neural Network," *Math Probl Eng*, vol. 2022, 2022, doi: [10.1155/2022/5414306](https://doi.org/10.1155/2022/5414306).
- [39] U. R. Cukierman and J. C. Rozenhauz, "Las tecnologías móviles y su aplicación en la educación," in *I Congreso en Tecnologías de la Información y Comunicación en la Enseñanza de las Ciencias*, 2005.
- [40] S. Getenet, "Pre-service teachers and ChatGPT in multistrategy problem-solving: Implications for mathematics teaching in primary schools," *International Electronic Journal of Mathematics Education*, vol. 19, no. 1, 2024, doi: [10.29333/iejme/14141](https://doi.org/10.29333/iejme/14141).
- [41] P. Gómez, P. Castro, A. Bulla, and A. Pinzón, "Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas: revisión crítica y propuesta de ajuste," *Educación y Educadores*, vol. 19, no. 3, 2016, doi: [10.5294/edu.2016.19.3.1](https://doi.org/10.5294/edu.2016.19.3.1).
- [42] C. E. Vasco, "El pensamiento variacional y la modelación matemática," in *Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Blumenau (Vol. 9)*, 2003, pp. 1–14. [Online]. Available : http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf.
- [43] G. J. Hwang and Y. F. Tu, "Roles and research trends of artificial intelligence in mathematics education: A bibliometric mapping analysis and systematic review," 2021. doi: [10.3390/math9060584](https://doi.org/10.3390/math9060584).
- [44] L. F. Salazar Garcés and D. C. Velastegui Hernandez, "Inteligencia Artificial y su Impacto en la Psicología Humana: Mini Revisión," *Mediciencias UTA*, vol. 8, no. 1, 2024, doi: [10.31243/mdc.uta.v8i1.2306.2024](https://doi.org/10.31243/mdc.uta.v8i1.2306.2024).
- [45] C. Baltazar, "Herramientas de IA aplicables a la Educación," *Technology Rain Journal*, vol. 2, no. 2, 2023, doi: [10.55204/trj.v2i2.e15](https://doi.org/10.55204/trj.v2i2.e15).
- [46] D. J. Borgohain, R. K. Bhardwaj, and M. K. Verma, "Mapping the literature on the application of artificial intelligence in libraries (AAIL): a scientometric analysis," 2024. doi: [10.1108/LHT-07-2022-0331](https://doi.org/10.1108/LHT-07-2022-0331).
- [47] M. M. Rahman and Y. Watanobe, "ChatGPT for Education and Research: Opportunities, Threats, and Strategies," *Applied Sciences (Switzerland)*, vol. 13, no. 9, 2023, doi: [10.3390/app13095783](https://doi.org/10.3390/app13095783).
- [48] A. Davies et al., "Advancing mathematics by guiding human intuition with AI," *Nature*, vol. 600, no. 7887, pp. 70–74, Dec. 2021, doi: [10.1038/s41586-021-04086-x](https://doi.org/10.1038/s41586-021-04086-x).
- [49] A. Fu, "Investigation of recent advances related to AI in mathematics education," *Applied and Computational Engineering*, vol. 37, no. 1, 2024, doi: [10.54254/2755-2721/37/20230476](https://doi.org/10.54254/2755-2721/37/20230476).
- [50] E. Davis, "MATHEMATICS, WORD PROBLEMS, COMMON SENSE, AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE," *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 61, no. 2, 2024, doi: [10.1090/bull/1828](https://doi.org/10.1090/bull/1828).