



Diseño de fórmulas para resolver series uniformes en el futuro, series gradientes presente y futuro: enfoque práctico en ingeniería económica.

Formulation of methods for solving uniform future series and present and future gradient series: a practical approach in economic engineering.

 Rosa Yaneth Contreras-González¹,  Ramiro de Jesús Otero-Paternina²

¹Universidad de Pamplona, Pamplona - Colombia

²Fundación Universitaria del Área Andina, Cúcuta - Colombia

Recibido: 26 de febrero de 2025.

Aceptado: 28 de julio de 2025.

Publicado: 01 de septiembre de 2025.

Resumen- El artículo presenta el diseño y validación de tres ecuaciones de ingeniería económica, con el fin de calcular series uniformes y series gradiente tanto para el presente como para el futuro. Las ecuaciones se diseñan para resolver situaciones prácticas básicas y complejas como por ejemplo interrupción de anualidades. La investigación inicia con la revisión exhaustiva de ecuaciones de ingeniería económica aplicadas por diferentes autores, además de la importancia de la aplicación de éstas en contextos reales. Posteriormente se lleva a cabo un análisis comparativo riguroso donde se demuestra que las ecuaciones aquí propuestas ofrecen mayor comprensión y efectividad en las respuestas que las ecuaciones tradicionales, teniendo en cuenta diferentes contextos y situaciones respecto a las anualidades. Adicionalmente se procede a realizar una investigación en entorno real dentro del aula de clase, donde varios estudiante de dos periodos académicos diferentes investigan diferentes fuentes académicas sobre ecuaciones de ingeniería económica, solucionan ejercicios prácticos con la ecuación que encontraron, luego solucionan el mismo ejercicios con la ecuación objeto de estudio, y comparando los resultados con la fórmula convencional y la que se diseñó, validando mediante una encuesta su utilidad práctica. Los resultados demuestran que la simplicidad conceptual de las ecuaciones propuestas, mejoran significativamente, la comprensión, análisis y aplicabilidad en la solución de problemas de índole económico en el entorno real. De esta manera se constituye un aporte importante en la toma de decisiones financieras en el ámbito personal y profesional de la ingeniería o áreas afines.

Palabras clave: ecuaciones financieras, toma de decisiones, ingeniería económica, series uniformes, series gradiente.

Abstract— The article presents the design and validation of three engineering economics equations, in order to calculate uniform and gradient series for both present and future. The equations are designed to solve basic and complex practical situations such as annuity interruption. The research begins with a thorough review of engineering economics equations applied by different authors, as well as the importance of applying them in real contexts. Subsequently, a rigorous comparative analysis is carried out, which demonstrates that the equations proposed here offer greater understanding and effectiveness in responses than traditional equations, taking into account different contexts and situations with respect to annualities. In addition, research is conducted in a real environment, where several students from two different academic periods investigate different academic sources on economic engineering equations, solve practical exercises with the equation they found, then solve the same exercises with the equation under study, and compare the results with the conventional formula and the one that was designed, validating through a survey its practical utility. The results show that the conceptual simplicity of the proposed equations significantly improves the understanding, analysis and applicability in solving economic problems in the real environment. In this way it constitutes an important contribution to financial decision-making in personal and professional engineering or related areas.

Keywords: financial equations, decision-making, engineering economics, uniform series, gradient series.

*Autor para correspondencia.

Correo electrónico: rosa.contreras@unipamplona.edu.co (Rosa Yaneth Contreras González).

La revisión por pares es responsabilidad de la Universidad de Santander.

Este es un artículo bajo la licencia CC BY (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Como citar este artículo: R. Y. Contreras-González y R. J. Otero-Paternina, "Diseño de fórmulas para resolver series uniformes en el futuro, series gradientes presente y futuro: enfoque práctico en ingeniería económica", Aibi revista de investigación, administración e ingeniería, vol. 13, no. 3, pp. 01-25 2025, doi: [10.15649/2346030X.5039](https://doi.org/10.15649/2346030X.5039)

I. INTRODUCCIÓN

La ingeniería económica busca la aplicación de conocimientos de la economía en el área ingenieril donde se evidencia la importancia de esta integración en cualquier organización, pública, privada o sin ánimo de lucro. Además, que su importancia radica en el aporte que brinda la aplicación de estas herramientas para la formulación de proyectos, teniendo en cuenta varios indicadores financieros. [1].

Tomar mejores decisiones financieras es fundamental no solo para líderes de una empresa, o para profesionales en áreas administrativas o financieras, hoy en día es razonable darle importancia que merece la ingeniería económica para cualquier persona que esté interesada en mejorar sus finanzas, analizando diferentes situaciones que tiene que ver con el manejo del dinero para endeudarse, para ahorrar o para invertir.

Las finanzas personales son sumamente importantes en nuestra vida cotidiana. Por ejemplo, actualmente la revista dinero publica un artículo donde se informa que la DIAN publica una lista de deudores morosos incluida una persona que había tomado un crédito con ICETEX. Dicha persona había pagado la deuda en su totalidad, pero nunca solicitó un paz y salvo, y su deuda después de varios años aumentó. [2]. Por lo anterior, cada decisión que tomamos trae sus consecuencias, y lastimosamente algunas personas aún no reconocen la importancia de saber un poco más sobre el manejo de finanzas iniciando por las personales.

En mi experiencia como docente se identifica una brecha metodológica importante, cuando se enfrentan algunas situaciones financieras que involucra restricciones con las anualidades o discontinuidad en los flujos de efectivo, a pesar de que las fórmulas tradicionales presentan una amplia utilización en ingeniería económica para el cálculo de series uniformes y series gradiente. La aplicación directa en estos escenarios, de las ecuaciones convencionales investigadas, arroja respuestas con errores, lo cual dificulta al docente el proceso de enseñanza y se hace necesario llevar a cabo procedimientos iterativos, o adaptaciones empíricas sin fundamento teórico claro. Esta limitación, se manifiesta particularmente en algunos contextos reales donde proyectos financieros presentan diferimientos de pagos o depósitos, periodos de inactividad u otro cambio en la estructura de los flujos de efectivo.

La ausencia de ecuaciones que permitan resolver estas situaciones complejas, representa un vacío en la literatura de ingeniería económica lo cual dificulta el proceso de enseñanzas-aprendizaje, y la toma de decisiones financieras a nivel profesional. Por tanto, es necesario validar el diseño de tres ecuaciones matemáticas que permitan abordar casos complejos, no contempladas directamente en los modelos tradicionales, garantizando mayor precisión en los resultados y facilidad en la aplicación práctica en el ámbito académico y profesional de la ingeniería.

El siguiente artículo busca inicialmente cumplir con cuatro objetivos específicos, el primero consiste en analizar de manera crítica ecuaciones existentes en la literatura orientada en resolver series uniformes futuras y series gradiente presente y futuro, mediante revisión sistemática de libros, artículos científicos y otras fuentes académicas oficiales. El objetivo número dos se enfoca en validar matemáticamente el diseño de tres fórmulas de ingeniería económica para resolver series uniformes para el futuro, series gradiente presente y series gradiente futuro, respectivamente. Posteriormente, y cumpliendo con el objetivo número tres se procede a realizar una comparación cuantitativa del desempeño de las ecuaciones propuestas, versus ecuaciones tradicionales mediante la aplicación de seis ejercicios prácticos ilustrativos y estandarizados donde se valúa la precisión numérica, y facilidad de aplicación. Finalmente, y cumpliendo el objetivo número cuatro, se procede a evaluar empíricamente el nivel de comprensión y uso de las fórmulas diseñadas frente a las ecuaciones convencionales aplicando un ejercicio dentro del aula, dirigido a estudiantes de educación superior del programa de ingeniería industrial, donde se analiza estadísticamente los resultados

El uso de la tecnología en el sector financiero apunta a mejorar e innovar [3]. Se espera tener el soporte confiable para dar continuidad con la investigación para aplicar Fintech y facilitar la vida de cualquier persona interesada en el tema, integrando las finanzas con la tecnología, con el fin de mejorar la vida de los usuarios, tomando mejores decisiones económicas. Cabe resaltar que, es importante avanzar en este aspecto ya que, no solo beneficia a las organizaciones sino que también influye en el cumplimiento de Objetivos de Desarrollo Sostenible como se menciona en el artículo titulado “El impacto de las tecnologías financieras y la inclusión financiera en los objetivos de desarrollo sostenible: evidencia de un análisis transnacional” [4].

Enseñar y aprender el manejo efectivo de las finanzas es una habilidad importante en la vida diaria de cualquier persona. Una herramienta que facilita el proceso de aprendizaje es la aritmética, combinada con la ingeniería, las finanzas y la economía, donde sus resultados conllevan a tomar mejores decisiones económicas. [5]. Como docente de la asignatura Ingeniería económica se siente una responsabilidad en enseñar con métodos sencillos, facilitando herramientas que se adapte a los diferentes tipos de aprendizaje de los estudiantes, auditivo, visual o kinestésico.

II. METODOLOGÍA O PROCEDIMIENTO

La metodología general se enmarca en un enfoque descriptivo y mixto dado que, existe suficiente información previa sobre el tema central. Al mismo tiempo, se requiere la recolección y análisis de datos cualitativos y cuantitativos provenientes de un grupo de estudiantes. Este diseño metodológico busca garantizar resultados confiables mediante la triangulación de fuentes académicas y científicas y aplicación de prácticas respecto a la aplicación de ecuaciones propuestas.

En la primera etapa se desarrolla una investigación bibliográfica apoyada en bibliotecas digitales de alta credibilidad (Science Direct, Scielo, Springer, Engineering Source, Ebook 724, Google Scholar). El objetivo consiste en fundamentar el diseño de ecuaciones en autores expertos asegurando rigor académico y respaldo ético en la construcción del marco teórico.

La segunda etapa consiste en el diseño de un modelo matemático que incluye tres ecuaciones aplicables a ejercicios prácticos de ingeniería económica respecto a series uniformes y el valor futuro, y series gradientes para el presente y futuro. En este proceso se definen las variables pertinentes y se emplea el editor de ecuaciones de Word para la representación formal de las fórmulas.

En la tercera etapa se procede a la validación de las ecuaciones, mediante pruebas empíricas, y comparación con métodos existentes, previamente identificados en la revisión bibliográfica. La verificación se realiza a través de ejercicios prácticos y la representación de flujos de efectivo utilizando la herramienta Lucidchart, con el fin de evidenciar la efectividad y aplicabilidad de las fórmulas diseñadas.

Finalmente, en la etapa 4, se implementa una investigación educativa, bajo la modalidad de estudio de caso. Los estudiantes realizan una revisión bibliográfica de fórmulas tradicionales de ingeniería económica, aplican la misma a un ejercicio práctico que propone la docente, y posteriormente resuelven el ejercicio con las ecuaciones diseñadas en esta investigación. Esto con el fin, de evaluar la percepción y efectividad del modelo. Por otra parte, el instrumento que se aplica para recolección de información es la encuesta, la cual se diseña a través de la aplicación Microsoft Forms. La tabulación de resultados se realiza a través del programa de hojas de cálculo Excel.

III. METODOLOGÍA O PROCEDIMIENTOS

a. Etapa 1. Revisión Bibliográfica.

Como se muestra en la Figura 1, el banco de la república en 2025 muestra el reporte respecto a la situación de crédito en Colombia, respecto a los bancos. [6]. Se puede observar un balance positivo en cada modalidad de crédito en bancos, comparando el año 2024 y 2025. Sin embargo, se evidencia un comportamiento fluctuante al pasar los años, con incrementos y descensos, lo cual genera incertidumbre. El Banco de la república cada trimestre permite analizar las tendencias de demanda de nuevos créditos en entidades financieras, por lo tanto, estas tendencias por si solas no me dan una visión sobre el mejor momento para tomar la decisión de adquirir un crédito en cualquier entidad financiera. Si aplicamos una fórmula adecuada para series uniformes, gradiente o futuro se transforman datos generales a datos concretos que arrojen el costo real o aproximado de un crédito y su proyección en el tiempo, permitiendo tomar decisiones estratégicas sobre el momento correcto para sumir una deuda.

Cambio de la demanda de nuevos créditos por tipo de entidad

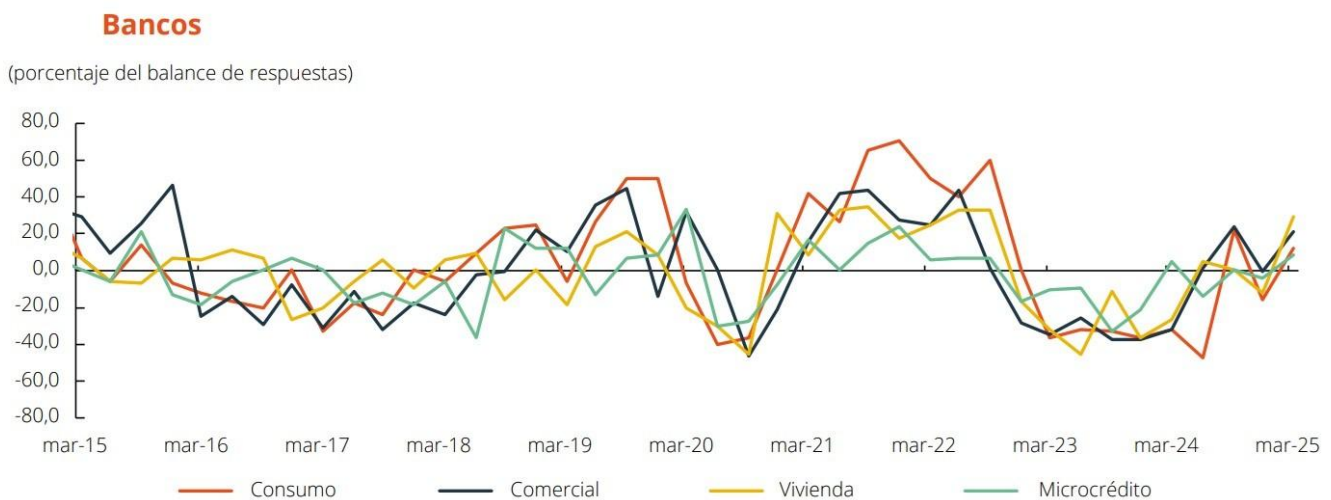


Figura 1: Gráfico demanda de nuevos créditos en bancos.
Fuente: Gráfico Reporte Banco de la República.

Aunque en América latina y el Caribe se vivió una fuerte incertidumbre para 2025, debido a la difícil situación económica, el impacto de las guerras, los cambios políticos, aumento de violencia y crímenes entre otros, se debe pensar también en los aspectos positivos y es necesario estar informados para saber cómo aprovechar oportunidades para prosperar como son la economía verde, la digitalización, el reordenamiento fiscal y reformas. [7] En entornos reales, al aplicar las fórmulas diseñadas y validadas, es posible calcular la viabilidad financiera de proyectos de economía verde o digital en un periodo de tiempo determinado ya que estas representan inversiones de largo plazo. Por otra parte, el reordenamiento fiscal implica cambios en subsidios, impuestos o tasas de interés, y estos ajustes pueden afectar flujos de efectivo en el tiempo, por lo tanto, los modelos de series uniformes o gradiente, pueden contribuir en la evaluación de dichos ajustes. Las reformas estructurales generan incertidumbre que las fórmulas gradiente creciente o decreciente, permite simular el impacto en las reformas. Cabe resaltar nuevamente que las ecuaciones propuestas, facilitan la aplicación en una sola para diferentes situaciones complejas.

Las finanzas digitales hoy en día integran servicios financieros y tradicionales apoyados con el uso de tecnología, impactando prácticas de inversión y financiamiento empresarial [8]. Por lo tanto, es importante tener en cuenta el manejo financiero de las personas naturales y de las organizaciones, iniciando con la mejora de lo tradicional para apuntar en un futuro con la digitalización. Este artículo se enfoca en el diseño de tres fórmulas de ingeniería económica que permitan tomar decisiones de una manera sencilla aplicada a varias situaciones reales en una sola ecuación. Sin embargo, para avanzar en el área digital, se requiere un soporte confiable para iniciar el proceso de aplicación de tecnología en la solución de ejercicios de análisis económico para la toma de decisiones financieras.

En nuestros días, muy rápidamente se está experimentando cambios en el entorno tecnológico digital, los cuáles impactan de manera significativa el entorno económico y financiero. De esta manera se evidencia la importancia de saber tomar decisiones para enfrentar los desafíos provenientes de dichos cambios. El estudio sobre este tema no solo permite conocer el estado actual, sino que permite pronosticar futuras direcciones de la ingeniería económica. [9]. Es por ello, que, se debe partir desde el diseño de ecuaciones que facilite el proceso de solución de problemas de ingeniería económica y las mismas sean respaldadas para su confiabilidad y futura digitalización. La educación financiera es muy

importante ya que, cada día se oferta en el mercado más productos financieros creciendo de forma exponencial, dando como consecuencia mayor desarrollo económico y mejorando la calidad de vida de cualquier persona. [10]. Por ende, como docentes buscamos siempre facilitar el proceso de aprendizaje y análisis de los estudiantes, teniendo una responsabilidad en este tema que es complejo e importante.

Según el DANE [11] La variación mensual del IPC para el año 2025 fue de 0.94 y anual 5.22, ahora para 2026 la variación mensual es de 1.18 y anual 5.35 a la fecha. Esto indica que la inflación sigue su tendencia en crecimiento y es importante tomar buenas decisiones económicas ante la situación que vive nuestro país en la actualidad. Es por ellos la importancia de facilitar a las personas la educación financiera y herramientas que faciliten el proceso de aprendizaje individual.

Las finanzas personales son importantes en la vida cotidiana. Por ejemplo, actualmente la revista dinero publica un artículo donde se informa que hay una lista de deudores morosos incluida una persona que había tomado un crédito con ICETEX. Este crédito se había cancelado pero no tenía el paz y salvo como soporte y la deuda iba en aumento, afectando sus finanzas personales. [2]. La falta de educación financiera y herramientas que faciliten tomar mejores decisiones es una prioridad.

Por otra parte, en el diario La República se publica que Nu Holding Ltd (holding sede en Brasil para prestar servicios digitales) obtuvo un récord de ingresos de US\$ 11.510.000.000 en el año 2024, lo cual indica que su modelo de negocio funciona a la perfección [12]. Por lo tanto, mantenerse informado sobre las finanzas a nivel mundial contribuye a proyectar estrategias de inversión en este caso diversificadas como es un holding empresarial, para evaluar riesgos económicos y tomar buenas decisiones respecto a oportunidades del mercado para nuestro bienestar personal, una razón más para identificar la importancia de la ingeniería económica en cualquier ámbito financiero. Se espera que al tener respaldo científico de las fórmulas aquí diseñadas, se pueda llevar a la digitalización.

Es relevante conocer algunos conceptos básicos sobre las variables que se trabajarán más adelante. La Ingeniería económica se centra en el análisis de flujos de caja [13] en este caso para tomar decisiones de índole económico y financiero. Por lo tanto, es una disciplina integral que surge de la ingeniería y la economía. [14]. La Anualidad es una serie de recepciones o de pagos durante un periodo de tiempo. En el presente generalmente hace referencia a pagos mensuales, semanales, anuales y en el futuro hace referencia a depósitos en diferentes periodos de tiempo. El valor Presente es conocido como un valor actual de una cantidad de dinero en el futuro, o una serie de pagos evaluada con una tasa de interés. El Valor Futuro es el valor en unidades monetarias en algún momento del futuro de una cantidad de dinero en el presente, o una serie de depósitos evaluados a una tasa de interés en un tiempo determinado. [15]. La tasa de interés es un valor que se fija en un tiempo definido por cada 100 unidades monetarias, por lo tanto, se mide el valor de los intereses con un porcentaje. [16]. Cuando mencionamos series uniformes se hace referencia a pagos o depósitos de anualidades iguales, es decir a un flujo de efectivo uniforme [17]. Y una serie gradiente para presente o futuro son pagos o depósitos periódicos que aumentan o disminuyen en un valor constante. [18].

En el año 2022 se publica un artículo científico donde se diseñó una fórmula general de ingeniería económica para series uniformes y el presente [19]. Este artículo fue publicado por nosotros y es el punto de partida y antecedente para diseñar tres ecuaciones más, la primera se bosqueja dirigida a solución ejercicios prácticos sobre series uniformes del futuro, que se aplica en la ingeniería económica para calcular el Valor Futuro de una serie de depósitos en un periodo de tiempo dado. La segunda y tercera ecuación van enfocadas en series gradiente para Presente y Futuro, las cuales se aplican para calcular el valor presente o futuro, pero en este caso en una serie de pagos o depósitos que podrían aumentar o disminuir en un periodo de tiempo determinado como, por ejemplo, semanas, meses, años. De esta manera, dichos cálculos aportan a la sociedad en aplicar tres fórmulas sencillas, dependiendo del caso de cada persona u organización, debido a los diversos tipos de series de pagos o depósitos. [20] como herramienta clave de análisis real respecto al flujo de efectivo en la toma de mejores decisiones financieras.

Según Bank of América [21] dentro de los mejores hábitos financieros ahorrar dinero para el futuro es sencillo cuando se planifica. Se debe hacer un seguimiento consiente de los gastos, y el ahorro se convertirá en un gasto mensual, es decir defino cuánto gasto en un mes por ejemplo y posteriormente ahorro una cantidad y la distribuyo en mis gastos principales ahorrando lo que realmente necesito. Se deben proponer metas alcanzables para darle el propósito real al ahorro, priorizando las metas que para mí son las más importantes. Ya teniendo el presupuesto planificado podemos hacer seguimiento del ahorro y el progreso mensual. Por lo tanto, las herramientas de la ingeniería económica es el punto de partida para la evaluación y planificación de proyectos de inversión.

El emprendimiento es sin alguna duda un motor importante para la economía de un país ya que, si se toman decisiones correctas y la empresa resulta viable económicamente y dinamismo económico, donde se crean nuevos empleos nuevos puestos de trabajo en la medida que medida que la organización crece, se atrae nuevos inversores, se crea la posibilidad de exportar, y de esta manera ser reconocidos a nivel mundial. Es una realidad que no todos los emprendimientos logran consolidarse, y es por ello, nuestro interés en educar financieramente a las personas que desean crecer económicamente facilitando herramientas analíticas para toma de decisiones sanas. [22]

Un caso que llama mi atención es Industria Arios donde su propietaria indica que “los buenos resultados toman tiempo”. Sandra para 2020 contaba con 4 colaboradoras eventuales con una total de ventas mensuales de \$20.000.000, pasando en una época de crisis durante la pandemia, pero que ella lo visionó como una estrategia de crecimiento con el apoyo de la fundación WWB Colombia. Ya para 2024 cuenta con 20 trabajadores formales y ventas mensuales de \$208.000.000. Por lo anterior, se deduce que no solo funciona tomar buenas decisiones una vez, se debe perseverar en tiempos de crisis económica y de bonanza económica, apoyados de las herramientas y proyecciones financieras.

En Colombia las Startup Fintech lideran la captación de inversiones con un 39% del total de las Startup, y cumple todos los requisitos para continuar potencializando y liderando el ecosistema en Latam, según Colombia Tech 2023-2024. [23], un indicador muy interesante para este artículo ya que se resalta la importancia de buscar herramientas para tomar mejores decisiones con base en herramientas matemáticas financieras, para llevarla a otro nivel tecnológico.

Por lo anterior el análisis financiero no solo es importante para las personas sino para las empresas a nivel global con el propósito se ser más competitivas, con base en la toma de decisiones correctas [24]. Ahora, teniendo en cuenta el auge del ecosistema Fintech antes mencionado, este artículo aportará como base en el diseño de tres ecuaciones de ingeniería económica para resolver situaciones para toma de decisiones cuando se hace un crédito con series gradientes, o para hacer depósitos con fines de ahorro con series uniformes y gradientes, y llevarlas a la era digital contando una vez más con el soporte científico.

Dentro de los aspectos clave del área económica y financiera de una empresa es controlar las mismas efectivamente, para cumplir con los objetivos trazados en la planeación estratégica. [25]. Y los dos enfoques tanto económicos y financieros son importantes para determinar si la empresa es suficientemente rentable para asumir las obligaciones vigentes o futuras en un lapso de tiempo proyectado.

A continuación, se procede a realizar la búsqueda de ecuaciones en diferentes fuentes bibliográficas con respecto a series uniformes y el futuro y series gradiente presente y futuro, como se relaciona en la Tabla 1.

Tabla 1: Revisión bibliográfica sobre ecuaciones para series uniformes y gradiente presente y futuro.

Tipo de serie de pagos	Variables	Ecuación	Cita bibliográfica
Uniformes futuros	F= Valor Futuro A= Anualidad N= Periodo de tiempo i= Tasa de Interés	$F = A \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right]$ (Ecuación 1)	[26]
Uniformes futuros	F= Valor Futuro A= Anualidad n= Periodo de tiempo i= Tasa de Interés	$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$ (Ecuación 2)	[27]
Gradiente Presente	P= Valor Presente G= Gradiente n= Periodo de tiempo i= Tasa de Interés	$P = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$ (Ecuación 3)	
Gradiente Futuro	F= Valor Futuro G= Gradiente n= Periodo de tiempo i= Tasa de Interés	$F = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$ (Ecuación 4)	[28]
Uniformes futuro	R= Pago periódico S= Monto o valor Futuro Nk= Plazo en años i= Tasa de interés anual capitalizable en k periodos por año	$R = \left[\frac{s}{\left(\frac{(1+i/100k)^{nk} - 1}{i/100k} \right)} \right]$ (Ecuación 5)	[29]
Uniformes futuro	VFn = valor futuro al final del periodo n FE= Flujo de efectivo anual i = tasa anual de interés pagada. n= número de periodos (generalmente años) que el dinero se mantiene en depósito	$VFn = FE \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$ (Ecuación 6)	[30]
Uniformes futuro	F= Cantidad Futura A= Serie de pagos iguales N= Periodo i= Tasa por periodo	$F = A \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right]$ (Ecuación 7)	[31]
Gradiente Presente	P= Valor Presente G= Gradiente N= Periodo de tiempo i= Tasa de Interés	$P = G \left[\frac{(1+i)^N - iN - 1}{i^2(1+i)^N} \right]$ (Ecuación 8)	
Uniformes futuro	F= serie de flujos de cajas iguales y periódicos A= valor de cada pago n= número de pagos i= Tasa de interés	$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$ (Ecuación 9)	[16]
Gradiente Presente	PTG= Valor Presente de la serie gradiente A= Valor de la base o Anualidad G= Variación constante o Gradiente n= número de flujos de caja i= Tasa de Interés de la operación	$P_{TG} = A \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - \frac{n}{(1+i)^n} \right]$ (Ecuación 10)	
Gradiente Futuro	FTG = Valor Futuro de la serie gradiente A= Valor de la base o Anualidad G= Variación constante o Gradiente n= número de flujos de caja i= Tasa de Interés de la operación	$F_{TG} = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n}{i} - n \right]$ (Ecuación 11)	
Gradiente Presente	P = Valor Presente A= Valor de cada pago realizado en el periodo G= Valor del gradiente aritmético de la serie n= número de pagos realizados i= Tasa de Interés efectiva en el periodo	$P = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right]$ (Ecuación 12)	[32]
Gradiente Futuro	F = Valor Presente A= Valor de cada pago realizado en el periodo G= Valor del gradiente aritmético de la serie n= número de pagos realizados i= Tasa de Interés efectiva en el periodo	$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right]$ (Ecuación 13)	
Gradiente Futuro	F = Valor Presente A= Valor de cada pago realizado en el periodo G= Valor del gradiente aritmético de la serie n= número de pagos realizados i= Tasa de Interés efectiva en el periodo	$F = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$ (Ecuación 14)	
Gradiente Presente	P = Valor Presente de la serie de gradientes A= Valor de la primera cuota de la serie G= Gradiente n= número de pagos o ingresos i= Tasa de Interés de la operación	$A = \left[\frac{P - \left[\frac{G \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] - \left[\frac{n}{(1+i)^n} \right]}{\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]} \right]}{\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]} \right]$ (Ecuación 15)	[33]

Fuente: Elaboración propia.

La ecuación 1, 2, 6, 7, y 9, relacionadas con el futuro y las series uniformes, son semejantes, y se pueden distinguir únicamente por la nomenclatura empleada para cada variable. En contraste la Ecuación 5, introduce una variable estructural permitiendo despejar la anualidad cuando se conoce la variable valor futuro. Por otra parte, y haciendo referencia a las series gradiente y el presente.

Por otra parte, lo que respecta a series gradiente y valor presente, las ecuaciones 3, 8, 10, 12 y 15, presentan similitudes dentro de sus variables y forma de exposición, aunque difieren en su estructura. Cabe resaltar que no se incluye la variable anualidad en las ecuaciones 3 y 8.

Las ecuaciones 12 y 13, ofrecen dos fórmulas alternativas que el autor propone implementar dependiendo de una situación específica, considerando gradientes crecientes, decrecientes, lineales o geométricos.

Ahora bien, respecto a las series gradiente y el futuro, en las ecuaciones 4, 11 y 14, se evidencia semejanzas, aunque el nivel de extensión es diferente. No obstante, existe algunas limitaciones de adaptabilidad, es decir la ecuación 11 aplica exclusivamente para gradientes crecientes. En escenarios de gradiente decreciente, la suma de los dos componentes, conduce a un resultado erróneo, dado que no se evidencia la especificación clara del procedimiento correspondiente a cada caso.

Teniendo en cuenta el análisis anterior, se propone una fórmula general para series uniformes y valor futuro, una ecuación para series gradiente y el valor presente y una adicional para series gradiente y el valor futuro, fundamentadas en fórmulas previamente investigadas. Se evidencia que las series gradiente presentan una particularidad ya que, los flujos de efectivo podrían incrementar o disminuir en una cantidad constante. En consecuencia, la fórmula varía según el comportamiento del gradiente. En ese caso, cuando los flujos de efectivo aumentan se suma la componente correspondiente. Por el contrario, si los flujos de caja disminuyen esta componente se resta. [34].

b. Etapa 2. Diseño matemático

Tras la revisión de literatura se diseñan tres ecuaciones de ingeniería económica para resolver casos prácticos en series uniformes y series gradiente, con respaldo teórico y práctico del autor Gabriel Baca Urbina. [28].

Es importante señalar que, las fórmulas que se relacionan en el libro del autor Gabriel Baca Urbina, guardan gran similitud, con las ecuaciones de otros autores, revisadas en la primera etapa. Por lo tanto, se procede a analizar de forma detallada su aplicación en ejercicios prácticos. Con este propósito se desarrollan diversos ejemplos, que conducen a la sana decisión de diseñar las ecuaciones 16, 17 y 18, que como docente aportó significativamente mi proceso de enseñanza y aprendizaje, facilitando su comprensión y aplicación con ejemplos de la vida real.

1. Diseño de una fórmula general para series uniformes y el valor futuro.

Fórmula General para Series Uniformes y el Valor Futuro.

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] [1 + i]^t \quad (\text{Ecuación 16})$$

Donde,

F= Valor Futuro.

A= Anualidad.

i= Tasa de interés.

n= Número total de periodos donde se efectúan depósitos.

t= Número de periodos donde se generan intereses después del último depósito.

2. Diseño de una fórmula general para solucionar series gradiente y el valor presente.

Fórmula General para Series Gradiente y el Valor Presente.

$$P = \left\{ A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \left[\frac{1}{(1+i)^t} \right] \right\} \pm \left\{ \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] \left[\frac{1}{(1+i)^t} \right] \right\} \quad (\text{Ecuación 17})$$

Donde,

P= Valor Presente.

A1= Primera Anualidad.

i= Tasa de interés.

n= Número total de periodos donde se efectúan pagos.

t= Periodo previo al pago de la primera anualidad.

G= Gradiente.

3. Diseño de una fórmula general para solucionar series gradiente y el valor futuro.

$$F = \left\{ A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] [(1+i)^t] \right\} \pm \left\{ \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] [(1+i)^t] \right\} \quad (\text{Ecuación 18})$$

Donde,

F= Valor Futuro.

A1= Primera Anualidad.

i= Tasa de interés.

n= Número total de periodos donde se efectúan depósitos.

t= Número de periodos donde se generan intereses después del último depósito.

G= Gradiente.

c. **Etapa 3. Validación Fórmulas Propuestas: Ecuaciones 16, 17 y 18.**

1. **Ejemplo práctico para resolver series uniformes y el valor futuro:**

Con el propósito de dar mayor claridad en la formulación y solución de ejercicios prácticos de ingeniería económica, y facilitar la comprensión de cada procedimiento por parte de los lectores, resulta fundamental mantener un orden riguroso en cada etapa de la solución. Teniendo en cuenta mi experiencia docente, se enfatiza el orden y claridad en la presentación de solución de ejercicios, lo cual ha demostrado un beneficio mutuo para estudiantes y docente. Este enfoque permite identificar con precisión errores y aciertos teniendo en cuenta el hilo conductor y la relación procedimiento versus respuesta final. Por ello, se considera esencial aplicar un esquema estructurado de presentación en cada etapa.

1. Leer cuidadosamente el enunciado y analizar los datos disponibles identificando la variable que se necesita conocer.
2. Relacionar las variables, datos conocidos e incógnitas.
3. Realizar conversiones requeridas unificando las unidades de medida para asegurar coherencia en los cálculos.
4. Elaborar el diagrama de flujo de efectivo con los datos previamente identificados.
5. Seleccionar la fórmula adecuada para resolver el caso.
6. Aplicar la fórmula de manera correcta y ordenada.
7. Analizar la respuesta obtenida, verificando que la cifra sea coherente con los datos conocidos
8. Concluir los resultados, destacando la validez del procedimiento y la correspondencia con la solución esperada.

Con base en lo expuesto anteriormente, damos inicio a la solución de ejercicios prácticos de ingeniería económica.

Cuánto dinero se acumulará en 6 meses si se depositan \$10.000.000 al final de cada mes en una cuenta de inversiones que rinde el 66% anual? [35].

Datos:

n= 6 meses.

A= \$10.000.000.

i= 66% anual = 5.5% mensual.

F=?.

t=0.

Después de cumplir el paso 1 y 2, se procede a elaborar el diagrama de flujo de efectivo, tal como se muestra en la Figura 2.

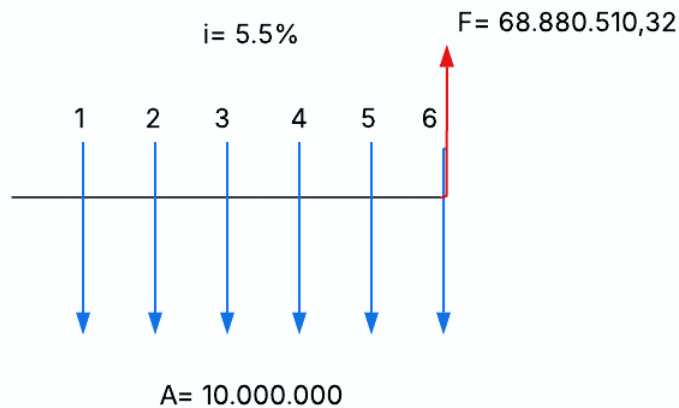


Figura 2: Diagrama de flujo de efectivo series uniformes sin interrupción.
Fuente: Elaboración propia.

El siguiente paso consiste en relacionar la solución del ejercicio aplicando la Ecuación 1, tal como se definió en la revisión de literatura.

Ecuación libro Ingeniería Económica DeGarmo.

$$F = A \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right] \quad (\text{Ecuación 1})$$

$$F = 10.000.000 \left[\frac{(1+0.055)^6 - 1}{0.055} \right] = 68.880.510,32.$$

Ahora, se procede a solucionar el ejercicio aplicando la ecuación 16 propuesta en este artículo.

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n}{i} \right] [1 + i]^t \quad (\text{Ecuación 16})$$

$$F = 10.000.000 \left[\frac{(1+0.055)^6}{0.055} \right] [1 + 0.055]^0 = 68.880.510,32$$

Conclusión de la respuesta obtenida: En un periodo de 6 meses, se acumulará un monto de \$68.880.510,32, considerando una tasa de interés mensual de 5.5 %.

Al realizar el análisis comparativo entre las dos ecuaciones se observa que la respuesta obtenida es la misma, ya que no se incumple restricciones respecto a situaciones complejas como interrupción de depósitos.

Se procede a investigar un ejercicio práctico donde se aborda el caso de series uniformes y el valor presente con interrupción, donde los depósitos no se efectúan de forma continua. Esta puede ser una situación común en la vida real debido a factores como suspensión temporal de depósito debido a percances en el camino económico de cualquier persona, o ajustes en la capacidad de inversión de empresarios. Para llevar a cabo el análisis se aplica la ecuación 5 investigada del libro del autor Mario Orlando Suarez Ibugés y se compara con la aplicación de la ecuación 16 diseñada en este artículo. A continuación, se relaciona el enunciado del ejercicio práctico.

Una persona decide depositar \$800.000 cada trimestre, en una entidad bancaria que reconoce el 1.6% efectivo trimestral. Sin embargo, llegado el trimestre número 16 esa persona debe viajar fuera del país, por lo tanto, no continúa depositando el dinero trimestralmente, pero tampoco retira su dinero. Vuelve después dos años después de haber realizado el último depósito y procede a retirar el total. Halle el Valor futuro. [36].

Datos:

R=800.000.

i=1,6% trimestral.

n= 16 trimestres.

k= 1 trimestre.

S=?.

La figura 3 ilustra el diagrama de flujo de efectivo correspondiente al enunciado.

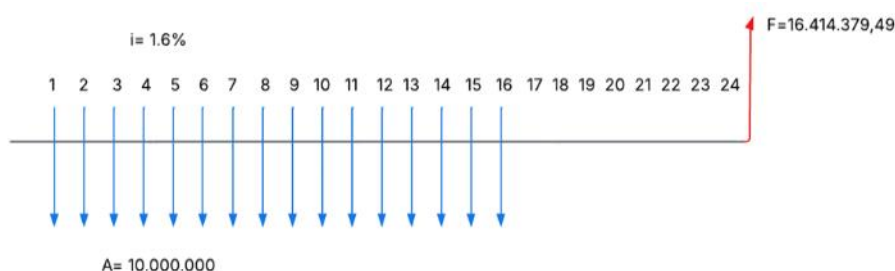


Figura 3: Diagrama de flujo de efectivo series uniformes futuro interrumpidas.
Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se procede a resolver el ejercicio práctico, aplicando la fórmula consignada por el autor del libro titulado “Hacia un interaprendizaje de matemática financiera”. Esta es operacionalizada mediante la ecuación 5 identificada en la revisión de literatura como referente metodológico.

$$R = \frac{\frac{s}{\left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{nk} - 1}}{\frac{i}{100k}} \quad (\text{Ecuación 5})$$

En este caso, se procede a despejar el valor futuro y la expresión matemática correspondiente se obtiene a partir de la ecuación 5, la cual se presenta de la siguiente manera:

$$S = R \left\{ \frac{\left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{nk} - 1}{\frac{i}{100k}} \right\}$$

$$S = 800.000 \left\{ \frac{\left(1 + \frac{1,6\%}{100}\right)^{16} - 1}{\frac{1,6\%}{100}} \right\} = 14.456.887,66.$$

La respuesta final no resulta correcta, dado que no se considera el tiempo adicional durante el cual el capital permaneció depositado y por esto debe generar intereses. Esto no quiere decir que los autores omiten este aspecto en su planteamiento, sucede que esto corresponde a la interpretación parcial de la fórmula. En la figura 4, donde se evidencia el procedimiento completo que el autor relaciona la culminación del ejercicio incorporando el efecto de la capitalización en los periodos posteriores a la interrupción de las anualidades.

Utilizando la fórmula se tiene:

$$VF = 800.000 \left[\frac{(1 + 0,016)^{16} - 1}{0,016} \right]$$

$$VF = 800.000 \left[\frac{(1,016)^{16} - 1}{0,016} \right]$$

$$VF = 800.000 \left[\frac{1,289137753 - 1}{0,016} \right]$$

$$VF = 800.000 \times 18,07110957$$

$$VF = 14.456.887,66$$

2. Se toman los \$14.456.887,66 y se llevan a valor futuro único durante 8 trimestres (2 años x 4 trimestres x año), a la tasa del 1,6% efectiva trimestral, así:

$$VF = \$14.456.887,66(1,016)^8$$

$$VF = 14.456.887,66 \times 1,135402023$$

$$VF = 16.414.379,49$$

Figura 4: Solución ejercicio práctico autor Mario Suarez respecto a series uniformes con interrupciones. Fuente: Anualidad pago Uniforme [36].

Seguidamente, la solución del ejercicio práctico se vincula con la ecuación 16, la cual permite formalizar el procedimiento y consolidar el resultado obtenido en el ejercicio.

Datos:

n= 16 trimestres.

A= \$800.000.

i= 1.6% trimestral.

F=?.

t=8

$$F = 800.000 \left[\frac{(1+0,016)^{16} - 1}{0,016} \right] [1 + 0,016]^8 = \mathbf{16.414.379,49}.$$

Conclusión: Después de perpetrar 16 depósitos trimestrales de \$800.000 cada uno a una tasa de interés efectiva trimestral del 1.6%, manteniendo el capital acumulado en la entidad bancaria durante 8 trimestres adicionales sin nuevos depósitos, la persona procede a retirar un valor de \$16.414.379,49 al finalizar el trimestre 24.

Con base en el ejemplo anterior, se deduce que, la ecuación 16, diseñada y plasmada en este artículo incorpora un complemento orientado a facilitar el análisis de casos financieros prácticos, en escenarios de continuidad plena de depósitos y con interrupciones. Se espera que esta perspectiva sea considerada para quienes buscan dar solución a casos personales o profesionales, ya que aporta un enfoque integral y aplicable a situaciones reales.

Siguiendo la secuencia establecida para cumplimiento de los objetivos de este artículo, procedemos a resolver ejercicios prácticos correspondientes a series gradiente y el valor presente donde se valida la ecuación 17 diseñada en este artículo. El enunciado que trabajaremos a continuación, se identificó del libro de ingeniería económica de los autores Lelan Blank y Anthony Tarquin.

Tres condados adyacentes, llegan al acuerdo de emplear algunos recursos fiscales para iniciar el proceso de remodelación de puentes que soporta el condado. Durante una reunión, los ingenieros estimaron que al final del próximo año se debe depositar \$500.000 en una cuenta, con el fin de reparar los puentes antiguos de los 3 condados para mayor seguridad. Por otra parte, se proyecta que los depósitos deben aumentar en \$100.000 anualmente por nueve años más a partir de ese momento y cesarán al final de año 10. Hallar el valor presente teniendo en cuenta que los fondos del condado ganan intereses a una tasa del 5% anual. [37].

Como se ha venido desarrollando la estructura metodológica propuesta, comenzamos definiendo variables conocidas, posteriormente se dibuja el diagrama de flujo de efectivo como lo muestra la Figura 5.

Datos:

P=?

A1= 500.000.

G=100.000.

i= 5% anual.

n= 10 años.

t=0.

$P=7.026.072,253$

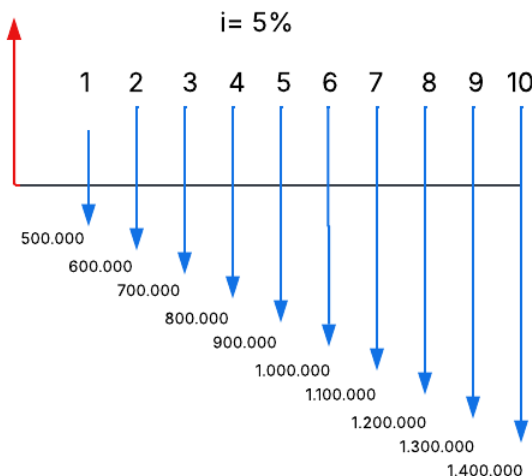


Figura 5: Diagrama de flujo de efectivo para series gradiente y el valor presente sin interrupción.
Fuente: Elaboración propia.

Ya definidas las variables conocidas e incógnitas, se procede a solucionar el ejercicio práctico aplicando en primera instancia la ecuación 3 y posteriormente con la ecuación 17, con el propósito de contrastar los resultados y evidenciar la coherencia entre ambos métodos de análisis.

Ecuación libro Fundamentos de Ingeniería Económica por Gabriel Baca Urbina.

$$P = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \left[\frac{1}{(1+i)^0} \right] \quad (\text{Ecuación 3})$$

$$P = \frac{100.000}{0.05} \left[\frac{(1+0.05)^{10} - 1}{0.05} \right] \left[\frac{1}{(1+0.05)^0} \right] = 23.957.890,54.$$

El valor del resultado obtenido mediante la aplicación de la ecuación 7 es relativamente elevado, en comparación con la solución completa que se evidencia en la Figura 6, donde el autor relaciona el procedimiento total del ejercicio. Además, en la figura 5 se analiza que el diagrama de flujo de efectivo corresponde a gradiente creciente. Dado el caso que se presente un gradiente decreciente el resultado sería el mismo si no se da a conocer de manera clara la importancia de sumar el complemento de la ecuación en series gradiente creciente y restar en series gradiente decrecientes. Ahora veamos la solución del mismo ejercicio, aplicando la ecuación 17 diseñada en este artículo.

$$P = \left\{ A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \left[\frac{1}{(1+i)^t} \right] \right\} \pm \left\{ \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] \left[\frac{1}{(1+i)^t} \right] \right\} \quad (\text{Ecuación 17})$$

$$P = \left\{ 500.000 \left[\frac{(1+0.05)^{10} - 1}{0.05(1+0.05)^{10}} \right] \left[\frac{1}{(1+0.05)^0} \right] \right\} + \left\{ \frac{100.000}{0.05} \left[\frac{(1+0.05)^{10} - 1}{0.05} - 10 \right] \left[\frac{1}{(1+0.05)^{10}} \right] \left[\frac{1}{(1+0.05)^0} \right] \right\} = 7.026.072,2$$

Conclusión: El valor presente estimado para la remodelación de puentes del condado asciende a \$7.026.072,25, considerando una tasa de interés anual del 5%, durante un horizonte de tiempo de 10 años.

La Figura 6 presenta la solución completa que el autor expone en su libro, es importante señalar que la imagen es tomada directamente de dicha obra por lo cual, la numeración de ecuaciones y figuras corresponde al orden original del texto y no al esquema seguido en este artículo.

Solución

a) En la figura 2-16 se presenta el diagrama de flujo de efectivo desde la perspectiva del condado. De acuerdo con la ecuación (2.19), se deben realizar dos cálculos y luego se tienen que sumar: el primero para el valor presente de la cantidad base P_A y el segundo para el valor presente del gradiente, P_G . El valor presente total P_T ocurre en el año 0, lo cual se indica mediante la partición del diagrama de flujo de efectivo de la figura 2-17. En unidades de \$1 000, el valor presente es

$$\begin{aligned} P_T &= 500(P/A, 5\%, 10) + 100(P/G, 5\%, 10) \\ &= 500(7.7217) + 100(31.652) \\ &= \$7\,026.05 \quad (\$7\,026\,050) \end{aligned}$$

Figura 6: Solución ejercicio práctico autor libro según enunciado series gradiente sin interrupciones.
Fuente: Libro Ingeniería Económica [37].

Se observa que según la solución obtenida a partir de la aplicación de ecuación 3, el resultado no coincide y es incorrecta en comparación con el resultado que se evidencia en la figura 6. En contraste al aplicar la ecuación 7, los resultados son correctos, su pequeña variación se debe al manejo de decimales dentro de los cálculos. Esto confirma la confiabilidad de la ecuación 7, propuesta en este artículo.

El siguiente ejercicio práctico con series gradiente y el valor presente se desarrolla teniendo en cuenta anualidades interrumpidas. Tomando como referencia un caso expuesto por el autor Gabriel Baca Urbina. A continuación, se relaciona el enunciado.

Halle el valor presente, teniendo en cuenta que se desea desembolsar el día de hoy un crédito, para recibir por parte del prestamista dos pagos de \$30 para el año 4 y \$40 para el año 5, a una tasa de interés del 10% anual. [28].

Datos:

P=?.

A1 =30.

G=10.

i= 10% anual.

n=2.

t=3.

El Diagrama de flujo de efectivo para este enunciado se muestra en la figura 7. Posteriormente se aplica la ecuación 8, identificada en la revisión de literatura.

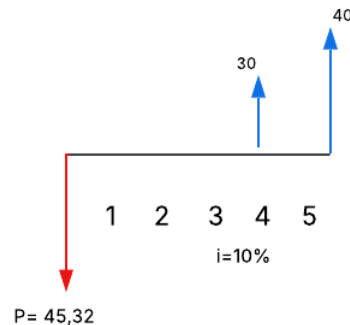


Figura 7: Diagrama de flujo de efectivo para series gradiente presente con interrupciones.
Fuente: Elaboración propia.

Ecuación autor libro Fundamentos de Ingeniería Económica.

$$P = G \left[\frac{(1+i)^N - iN - 1}{i^2(1+i)^N} \right] \quad (\text{Ecuación 8})$$

Veamos la solución:

$$P = 10 \left[\frac{(1+0.10)^2 - (0.10 \cdot 2) - 1}{0.10^2(1+0.10)^2} \right] = 8,26446281$$

A continuación, se emplea la ecuación 17 para gradientes crecientes, la cual se aplica con el signo de adición, que indica la suma de la primera y segunda parte de la fórmula para obtener una solución integral.

$$P = \left\{ 30 \left[\frac{(1+0.10)^2 - 1}{0.10(1+0.10)^2} \right] \left[\frac{1}{(1+0.10)^3} \right] \right\} + \left\{ \frac{10}{0.10} \left[\frac{(1+0.10)^2 - 1}{0.10} - 2 \right] \left[\frac{1}{(1+0.10)^2} \right] \left[\frac{1}{(1+0.10)^3} \right] \right\} = 45,32$$

En la Figura 8, que se relaciona a continuación, podemos corroborar el resultado anterior con la solución propuesta por el autor del enunciado respecto al ejercicio planteado.

Leve las cantidades de los periodos 4 y 5 al futuro o periodo 5 y de ahí trasládelas al periodo zero.

$$P = [30(P/F, 10\%, 1) + 40](P/F, 10\%, 5) = [30(1+0.1)^1 + 40] \frac{1}{(1+0.1)^5} = 45.32$$

Figura 8: Solución Autor Libro.

Fuente: Libro Fundamentos de Ingeniería Económica [28].

Conclusión. El valor a desembolsar el día de hoy es de \$45.32, donde el prestamista debe realizar pagos de \$30 en el año 4 y \$40 en el año 5 a una tasa de interés anual del 10%.

Con base en la solución del ejercicio práctico anterior, se evidencia que el resultado es el mismo y es correcto comparando las respuestas donde se aplica la ecuación 8 propuesta por el autor y la ecuación 17 diseñada en este artículo.

Para culminar la tercera etapa, se presentan ejercicios prácticos relacionados con series gradiente y el valor futuro con anualidades continuas e interrumpidas, además series gradiente crecientes y decrecientes. Inicialmente el ejercicio práctico se resuelve aplicando la ecuación 14, la cual se identificó en el proceso de revisión de literatura en la primera etapa.

Posteriormente se emplea la ecuación 18, que se propone en este artículo, con el fin de comparar los resultados como se ha trabajado hasta el momento. El procedimiento que se aplica mantiene la misma estructura ya planteada y que se reitera en esta ocasión: identificación de variables e incógnitas, construcción del diagrama de flujo de efectivo, aplicación de la fórmula investigada de diferentes fuentes académicas,

uso de la fórmula propuesta en este escrito, elaboración de conclusiones, contraste de resultados y análisis crítico. Veamos el enunciado del ejercicio práctico teniendo en cuenta que es una serie gradiente decreciente y valor futuro. Este enunciado ha sido tomado de la obra del autor Juan Roosevelt González.

Jesús Ortega desea iniciar un ahorro durante los próximos 6 meses, iniciando un depósito por un valor de 500 soles en el primer mes, y estima que cada mes van a disminuir en 10 soles hasta cumplir el sexto mes. El banco donde toma la decisión de hacer los depósitos le reconoce una tasa de interés mensual del 2%. Por lo tanto, Jesús desea conocer el valor futuro al final del sexto mes. [38] Continuamos en el orden trabajado en este artículo.

Datos:

- n= 6 meses.
- A1= 500.
- G= 10.
- i= 2% mensual.
- t=0.

La figura 9, muestra el diagrama de flujo de efectivo para una serie gradiente continua. Además, señala que esta serie es creciente.

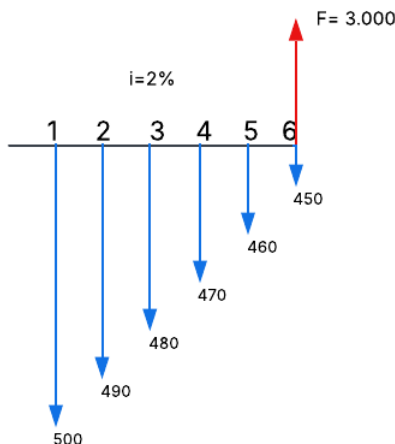


Figura 9: Diagrama de flujo de efectivo para series gradiente futuro continuas. Fuente: Elaboración propia.

Ecuación autor artículo científico titulado valores presente y futuro de una serie gradiente aritmético.

$$F = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \text{ (Ecuación 14)}$$

Se procede a reemplazar los datos identificados previamente, con el fin de solucionar el ejercicio práctico con la Ecuación 14 y analizar los resultados.

$$F = \frac{10}{0.02} \left[\frac{(1+0.02)^6 - 1}{0.02} - 6 \right] = 154,0604816$$

Veamos la solución aplicando la ecuación 18 propuesta en este artículo, considerando que en este caso se trata de una serie gradiente decreciente se tiene en cuenta el signo de resta, el cual indica la diferencia entre la primera y segunda parte de la fórmula, obteniendo la solución integral.

$$F = \left\{ A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] [(1+i)^t] \right\} \pm \left\{ \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] [(1+i)^t] \right\} \text{ (Ecuación 18)}$$

$$F = \left\{ 500 \left[\frac{(1+0.02)^6 - 1}{0.02} \right] [(1 + 0.02)^0] \right\} - \left\{ \frac{10}{0.02} \left[\frac{(1+0.02)^6 - 1}{0.02} - 6 \right] [(1 + 0.02)^0] \right\} = 3.000$$

En la Figura 10 se presenta la imagen correspondiente a la solución propuesta por el autor del enunciado.

$$S = 500 \left[\frac{(1 + 0,02)^6 - 1}{0,02} \right] - \frac{10}{0,02} \left[\frac{(1 + 0,02)^6 - 1}{0,02} - 6 \right]$$

$$S = 3\ 000$$

Figura 10: Solución Ejercicio Autor Libro. Fuente: Curso: Matemática II para Administradores. Gradientes o Series Variables [38].

su estructura resulta ligeramente más extensa, se caracteriza por su claridad y facilidad de comprensión convirtiéndola en herramientas sólidas para la aplicación práctica de ejercicios financieros.

d. Etapa 4. Investigación Educativa.

Durante tres periodos académicos se llevó a cabo una investigación educativa, en la asignatura análisis de sistemas de producción II, enfocada en la ingeniería económica, con estudiantes de educación superior. En este proceso los estudiantes investigaron fórmulas para series uniformes y el valor futuro, y para series gradiente y el valor presente y futuro apoyados de literatura especializada. Posteriormente resolvieron el enunciado de un ejercicio práctico previamente explicado. En esta ocasión lo resolvieron aplicando la ecuación que investigaron y la ecuación que se ha propuesto en este artículo.

La intención de este trabajo de aula es conocer el tiempo que demoran aplicando cada una de las ecuaciones y realizar una comparación en rapidez de análisis, la capacidad de análisis respecto a los resultados obtenidos, el nivel de importancia que perciben respecto al tema aplicado en entornos reales.

El instrumento que se considera para recolectar la información es la encuesta aplicada a la población total. Este instrumento se diseñó en dos contextos. La primera, se diseña para recolectar información sobre series uniformes y el valor futuro y la segunda para series gradiente.

En la Figura 12, se observa el diseño de las preguntas para abordar el tema sobre series uniformes y el valor futuro, el instrumento se crea a partir de la plataforma Microsoft Teams.

FUTURO UNIFOR ENCUESTA ESTUDIANTES ANALISIS DE SISTEMAS DE PRODUCCIÓN II UNIPAMPLONA 2024-2

Cada estudiante debe contestar las preguntas que se relacionan a continuación, teniendo en cuenta el procedimiento explicado por la docente Rosa Yaneth Contreras González con antelación. Los resultados de la investigación se tendrán como apoyo para presentación de trabajos científicos. Gracias!

Hola, ROSA YANETH. Cuando envíe este formulario, el propietario verá su nombre y dirección de correo electrónico.

* Obligatorio

1. Está de acuerdo en que esta información se tome como apoyo para futuras presentaciones científicas? *

SI

NO

3. Adjunte **imagen clara en formato PNG** de la fórmula consultada. Si en algún caso no encuentra fórmula condensada, Redacta en un texto las fuentes consultadas y justifica las razones por las cuales **no** relaciona una fórmula condensada para aplicar a ejercicios de series uniformes y el **FUTURO**. (1 Punto)

(Pregunta no anónima) *

Límite de número de archivos:1 Límite de tamaño del archivo individual: 1GB Tipos de archivo permitidos: Word, Excel, PPT, PDF, Imagen, Vídeo, Audio

4. Cuanto tiempo demoró resolviendo el ejercicio con la fórmula investigada? Escriba su respuesta en minutos. Solo escribir el número (0.5 puntos) *

Escriba su respuesta

5. Cuánto tiempo en minutos demoró resolviendo el ejercicio con la fórmula que le socializó la docente? Por favor relacione solo el número. (0.5 puntos) *

Escriba su respuesta

6. La respuesta aplicando las 2 fórmulas (la que se investigó y la que se muestra en la figura) arrojó el mismo resultado? (0.5 puntos) *

SI

7. Mencione cuál de las dos fórmulas le parece más sencilla y efectiva para aplicar (0.5 puntos) *

La fórmula que investigué

La fórmula que rexplicó la docente

8. Haga una comparación de los resultados y defina según su criterio, cuál de los dos resultados para usted es lógico y correcto respecto al enunciado del ejercicio. (0.5 puntos) *

El resultado que arrojó después de aplicar la ecuación investigada

El resultado que arrojó después de aplicar la ecuación que se relaciona en la imagen la docente

9. Cree que es importante éste tema para su vida personal? Justifique (0.5 puntos) *

SI

NO

10. Con base en la respuesta anterior de una justificación *

Escriba su respuesta

Figura 12: Diseño instrumento series uniformes y el valor futuro.
Fuente: Elaboración propia.

La población total de estudiantes matriculados en el periodo académico que corresponde fue de 17. En la Figura 13, se demuestra el número de respuestas obtenido, equivalente a 16 estudiantes. La figura 14 señala 1 respuesta adicional. Esto se debe a un proceso de recuperación por inasistencia. De esta manera, se confirma la aplicación del instrumento a la población total.

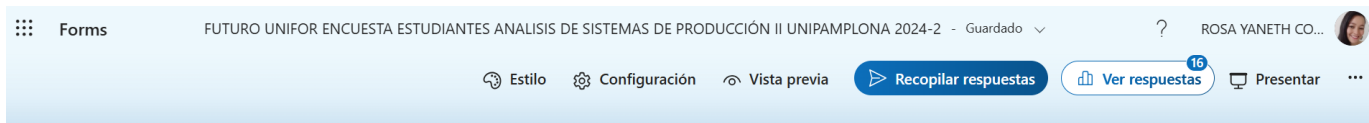


Figura 13: Evidencia Aplicación encuesta población total.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 14: Evidencia Aplicación encuesta población total, posterior a fecha establecida.
Fuente: Elaboración propia.

Se procede a tabular las respuestas de los estudiantes por cada pregunta posteriormente, se lleva a cabo el análisis respectivo, como se sintetiza en Tabla 2.

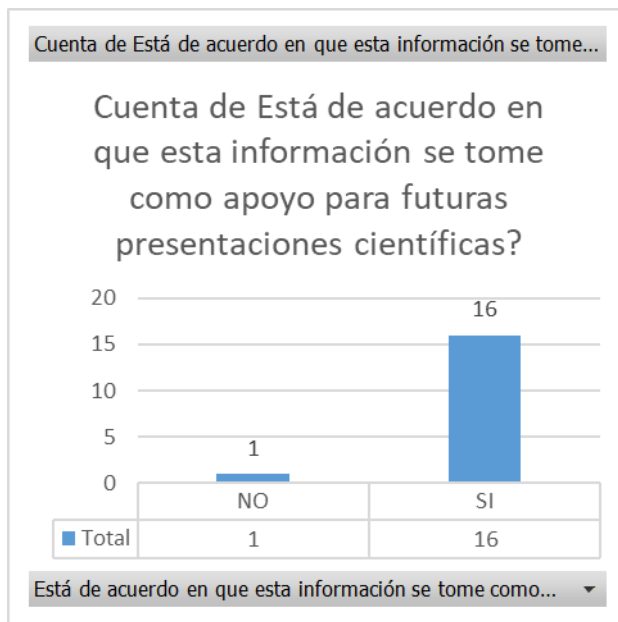


Figura 15: Resultado Respuesta pregunta 1.
Fuente: Elaboración propia.

Como señala la Figura 15, uno de los estudiantes, no está de acuerdo en que se tenga su participación en la encuesta para estudios científicos, por lo cual se considera las respuestas de los 16 estudiantes restantes.

Tabla 3: Análisis Resultado Pregunta 2.

Cita bibliográfica	Análisis
[39]	Se tuvo en cuenta las citas bibliográficas que se respondieron correctamente. Por lo tanto, se debe reforzar al estudiante en la forma cómo se debe citar información científica y el uso adecuado de las mismas.
[40]	
[41]	
[42]	
[28]	
[43]	
[44]	
[45]	
[46]	
[44]	
[47]	
[48]	

Fuente: Elaboración propia.

La Tabla 3, muestra cómo los estudiantes logran identificar y emplear fuentes académicas confiables vinculadas con la ingeniería económica, fortaleciendo de esta manera el rigor en la investigación.

$$M = R(1+i/p)^{np} \frac{(1+i/p)^{np} - 1}{i/p}$$

$$VF = A \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

$$VF = VA (1+i)^n$$

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$R = VF \cdot i \div ((1+i)^n - 1)$$

$$F = A' \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$A = \frac{VF}{\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]}$$

$$VF = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$A = VF \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Figura 16: Resultado Respuesta pregunta 3.
Fuente: elaboración propia.

La figura 16, extraída directamente de la plataforma Microsoft Teams, muestra que las fórmulas investigadas por los estudiantes, son equivalentes en su estructura pese a las diferencias en la notación de variables. Además, se evidencia la similitud de las ecuaciones investigadas por los estudiantes y aquellas propuestas por los autores de este artículo, lo que refuerza la coherencia metodológica y validez de los resultados obtenidos.

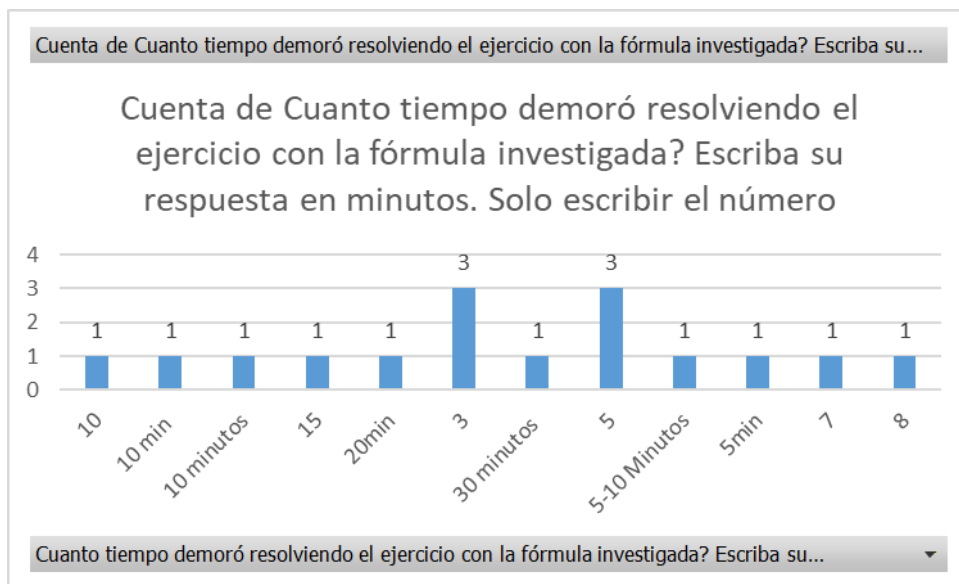


Figura 17: Respuesta pregunta 4.
Fuente: Elaboración propia.

Teniendo en cuenta la figura 17, el tiempo de resolución con la ecuación investigada oscila entre 3 y 10 minutos, intervalo que se considera apropiado. Sin embargo, más allá del tiempo, es fundamental la aplicación correcta de la ecuación e interpretación de resultados.

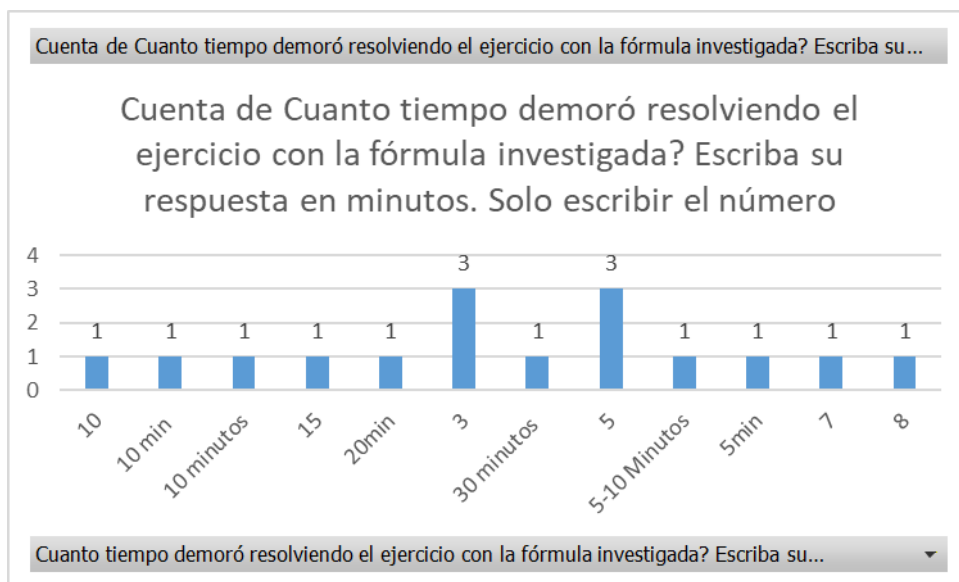


Figura 18: Respuesta pregunta 5.
Fuente: Elaboración propia.

El aporte principal de la ecuación propuesta, es su versatilidad y coherencia en la interpretación de los resultados, más allá del tiempo invertido que en este caso oscila entre 3 y 15 minutos, como señala la figura 16.

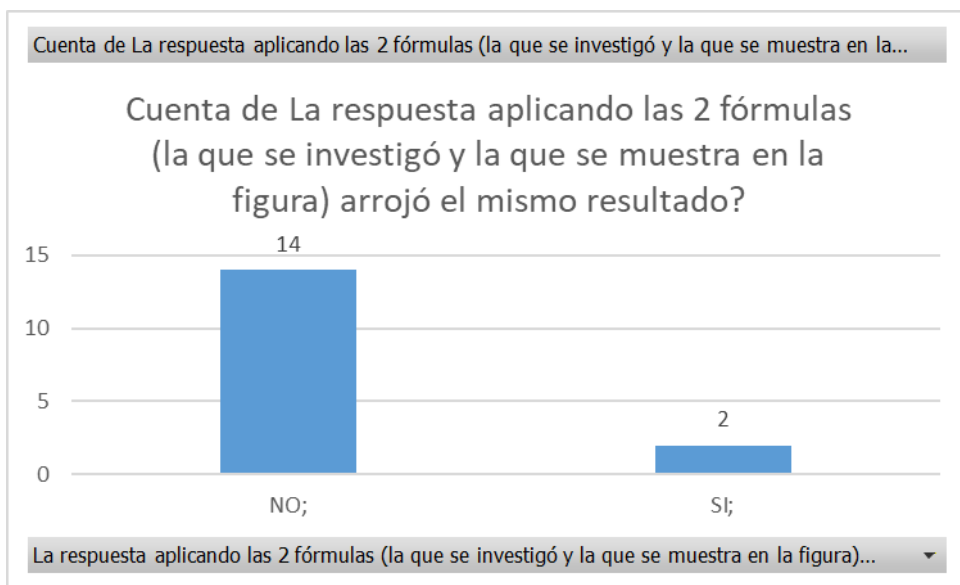


Figura 19: Respuesta pregunta 6.
Fuente: Elaboración propia.

El 88% de los estudiantes reportó diferencias entre las fórmulas investigadas y la ecuación socializada por la docente como lo evidencia la figura 19. Esto indica que la validez del ejercicio depende del análisis de datos con rigor destacando que la correcta interpretación es más relevante que la rapidez o simplicidad en su aplicación.

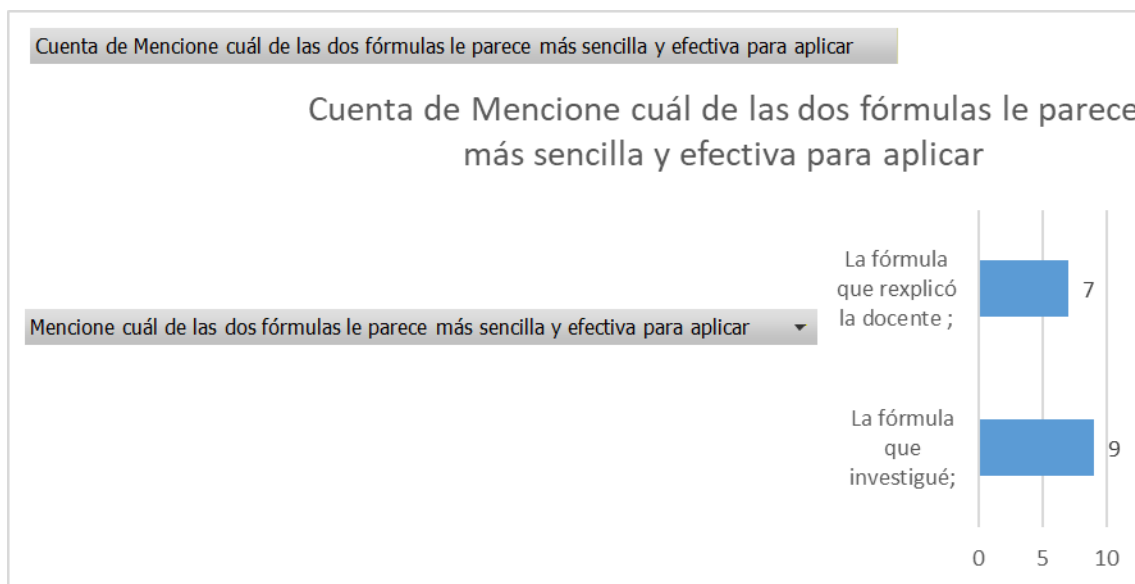


Figura 20: Respuesta pregunta 7.
Fuente: Elaboración propia.

Aunque nueve estudiantes eligieron la fórmula investigada por su brevedad, siete de ellos consideran que es más sencilla la fórmula socializada por la docente que corresponde a la propuesta en este artículo. Figura 20. Sin embargo, la facilidad percibida no garantiza exactitud siendo indispensable valorar la coherencia de los resultados. Posterior a la retroalimentación del ejercicio, en el aula de clase los estudiantes cambiaron su opinión frente a la explicación de los resultados y análisis crítico que se trató en el aula.

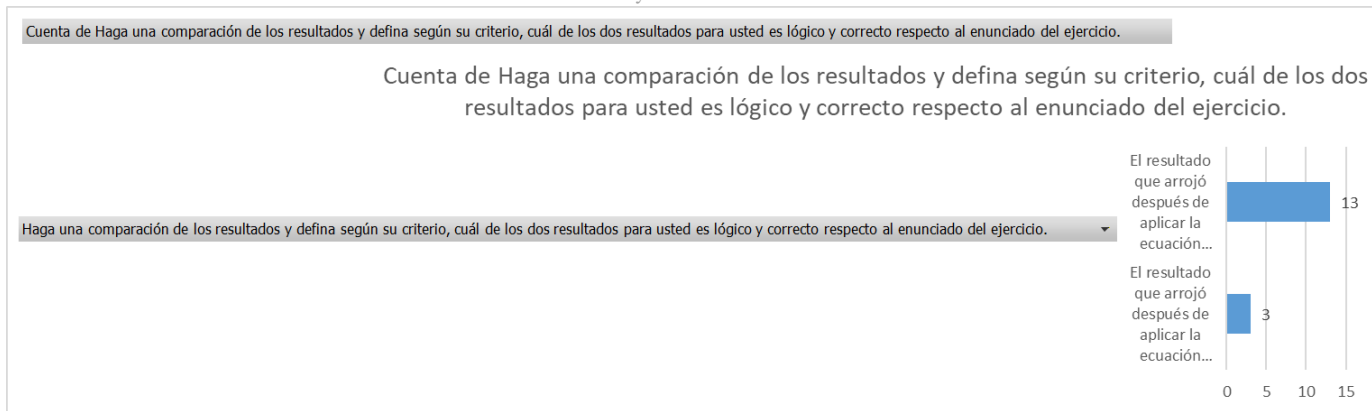


Figura 21: Respuesta pregunta 8.
Fuente: Elaboración propia.

La figura 21 señala que trece estudiantes consideran que la ecuación socializada ofrece resultados correctos y coherentes, aún cuando la fórmula investigada se percibe más sencilla. En contraste, los tres estudiantes restantes sostienen que el resultado obtenido mediante la aplicación de la fórmula investigada es más confiable. La diferencia de percepciones se convierte en un insumo valioso para la retroalimentación en el aula donde se comparan los procedimientos seguidos por los estudiantes, y el análisis de resultados.

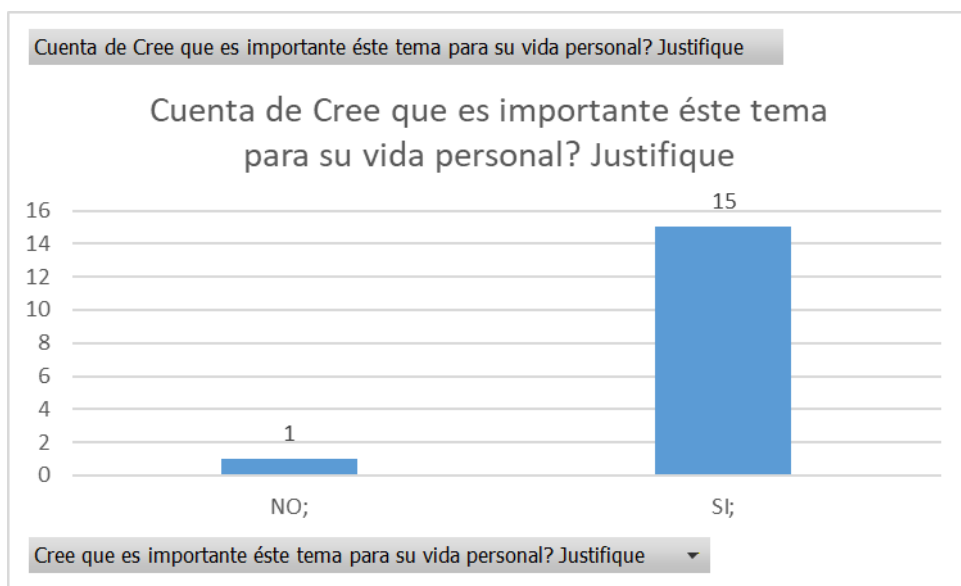


Figura 22: Respuesta pregunta 9.
Fuente: Elaboración propia.

La figura 22 evidencia que únicamente un estudiante manifiesta que el tema no tiene relevancia, y además dejó en blanco la justificación de su respuesta. Este hecho sugiere que posiblemente, no se llevó a cabo un análisis riguroso cuando se aborda el ejercicio práctico. Además, que no hay claridad en los conceptos abordados. Esta situación conlleva a socializar nuevamente el contenido, aclarar las dudas del estudiante logrando que comprendiera y valorara la relevancia del tema en su vida personal y profesional. Por el contrario, los quince estudiantes restantes destacan la relevancia del tema. Con base en la pregunta 10 de la encuesta, estos estudiantes, fundamentan su valoración respecto al aprendizaje adquirido a lo largo del semestre académico. El consenso mayoritario refuerza la pertinencia del tema tratado y resalta su impacto positivo en la formación académica de los participantes.

El siguiente análisis corresponde a un periodo académico diferente, lo cual permite comparar los resultados obtenidos previamente y ampliar la comprensión de la dinámica estudiantil frente al tema abordado. En esta ocasión, la población total está conformada por dieciocho estudiantes en la asignatura análisis de sistemas de producción II, de ingeniería económica y el estudio se centró en la aplicación de series gradiente. A continuación, se relaciona el análisis de resultados considerando únicamente diecisiete respuestas, dado que uno de ellos manifiesta su desacuerdo en que su información se utilice en presentaciones científicas como lo evidencia la figura 23.

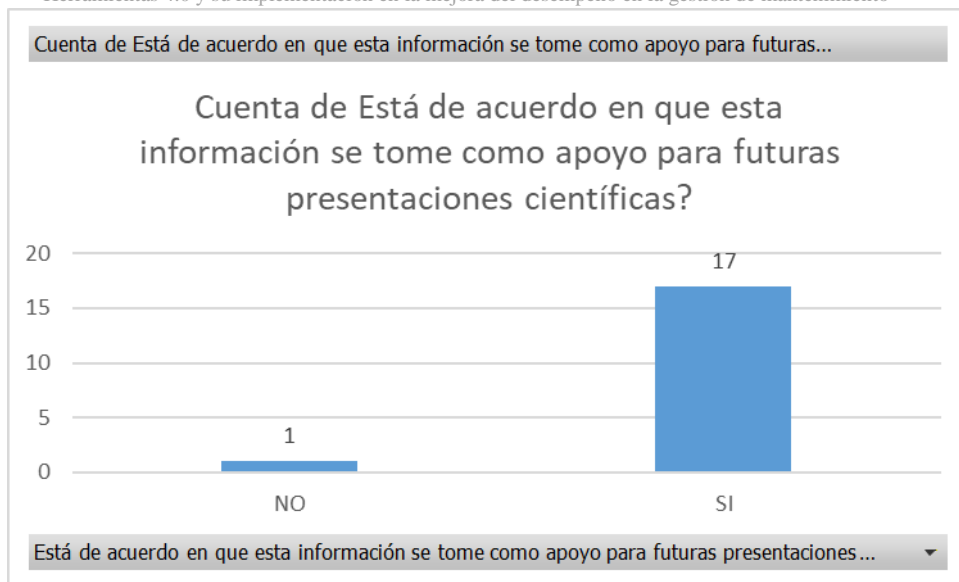


Figura 23: Respuesta pregunta 1.
Fuente: Elaboración propia.

Respecto a la pregunta número dos que indica “Cargue el documento con la solución de los ejercicios del punto 1. No olvide guardar el documento como se explica en indicaciones”, los resultados muestran que los estudiantes siguieron el procedimiento de manera adecuada. No obstante, la mayoría de respuestas fueron incorrectas, debido a la aplicación inadecuada de la fórmula y al uso de datos que no correspondían con las variables solicitadas en el enunciado. Se identificaron casos en los que, aún definiendo correctamente las variables y aplicando el procedimiento, la respuesta final fue incorrecta, así como otros en los que tanto procedimiento como respuesta resultaron incorrectos. Este hallazgo evidencia una dificultad en la aplicación precisa de la ecuación y en la selección adecuada de variables e incógnitas. En otras palabras, aunque existe comprensión del método, persisten vacíos conceptuales en la interpretación de enunciados y traducción de la teoría a la práctica. Lo anterior resalta la importancia de fortalecer la competencia analítica y crítica en la resolución de problemas, más allá de la ejecución mecánica de pasos a seguir.



Figura 24: Respuesta pregunta 3.
Fuente: Elaboración propia.

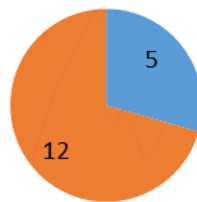
Como señala la figura 24, la mayoría de estudiantes, consultan principalmente Google Académico, como fuente digital, mientras que otros mencionan repositorios y diversas plataformas académicas. Se evidencia una tendencia hacia el uso de herramientas de fácil acceso, lo cual, si bien facilita la búsqueda de información, también plantea la necesidad de fortalecer la formación en el uso de bibliotecas digitales especializadas y demás fuentes científicas confiables. Este resultado subraya la importancia de orientar a los estudiantes hacia prácticas de investigación rigurosas y críticas que trasciendan la consulta de recursos generales. Por otra parte, se resalta la motivación de llevar las herramientas matemáticas a un nivel superior, mediante el uso de recursos tecnológicos que faciliten la solución de ejercicios prácticos. La integración de dichas herramientas con fórmulas de base científica en concordancia con lo expuesto en este artículo, permite ampliar el acceso a soluciones confiables que fortalezcan la aplicabilidad del conocimiento en contextos académicos y profesionales.

Con respecto a la pregunta 4, donde se solicita relacionar la bibliografía consultada, pese a que algunos de los participantes en la encuesta no fueron claros en la forma de referenciar las fuentes consultadas, se corrobora que, aquellas que se mencionan coinciden con las reportadas en la pregunta anterior, confirmando la consistencia de los recursos utilizados por los estudiantes. Por lo tanto, para el análisis que compete a este artículo se tuvo en cuenta aquellas que, desde nuestro criterio académico se consideran confiables y se identificaron como correctamente referenciadas. [16], [37], [49], [50], [51], [52].

Figura 25: Respuesta pregunta 5.
Fuente: Elaboración propia.

Se puede observar en la figura 25, se tuvo en cuenta algunas de las ecuaciones identificadas por los estudiantes, ya que, algunas de las ecuaciones relacionadas, no competen al tema solicitado. La mayoría de fórmulas que relacionan los estudiantes, guardan una notable similitud, con las referenciadas en la revisión de literatura y con las fuentes citadas en este artículo. Esta coincidencia respalda la confiabilidad de la fórmula diseñada demostrando que su estructura y resultados se alinean con planteamientos previamente validados en la producción científica.

Aplique dicha fórmula consultada al siguiente ejercicio y relacione la respuesta.



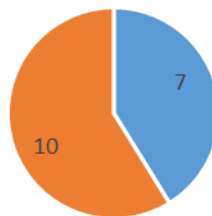
■ Respuestas correctas ■ Respuestas incorrectas

Figura 26: Respuesta pregunta 6.
Fuente: Elaboración propia.

El resultado indica que el 29% de las respuestas son correctas, mientras que el 71% restante obtuvo resultados diferentes e incorrectos. Este hallazgo revela una dificultad significativa en la aplicación de la ecuación consultada, lo que demuestra una vez más, la necesidad de utilizar una sola ecuación integrada que permita resolver ejercicios prácticos con mayor confiabilidad en diferentes escenarios.

Respecto a la pregunta número 7, en la que se solicita informar el tiempo en minutos que los estudiantes tardaron en resolver el ejercicio propuesto, los resultados muestran un rango entre 6 y 34 minutos. Al comprar este resultado con el rango del grupo anterior de estudiantes, cuyo tiempo osciló entre 3 y 15 minutos, se evidencia que el rango actual es más amplio lo cual se atribuye a la mayor complejidad de trabajar con series gradiente frente a series uniformes. No obstante, dado que se trata de una ecuación relativamente corta y de baja dificultad el límite superior de 34 minutos resulta elevado. En consecuencia, los autores planteamos la necesidad de incorporar herramientas tecnológicas que facilite la solución de ejercicios de series uniformes y gradiente, sustentadas en una base científica sólida.

Aplique al mismo ejercicio pero con la ecuación ya explicada en clase y que se evidencia en la imagen. Relacione el resultado. Y recuerde tomar el tiempo antes de iniciar a resolverlo.



■ Respuestas correctas ■ Respuestas incorrectas

Figura 27: Respuesta pregunta 8.
Fuente: Elaboración propia.

Los resultados del ejercicio como señala la figura 27, demuestra que aplicando la ecuación propuesta para series gradiente y el valor futuro, el 58,8% de los estudiantes obtuvo una respuesta correcta, haciendo uso adecuado de la misma. El 41,2% incurrió en errores de cálculo e interpretación de variables conocidas. Este resultado es relevante en el marco del artículo cuyo propósito es diseñar ecuaciones de ingeniería económica, ya que se evidencia la validez de la aplicación de las formulas propuestas, como la necesidad de profundizar en el análisis e variables en cada caso práctico.

La pregunta número 9 de la encuesta buscó indagar sobre el tiempo que demora el estudiante en resolver el ejercicio propuesto, pero en esta ocasión aplicando la ecuación 17, diseñada para resolver series gradiente y el valor presente. El resultado muestra que el rango oscila entre 6 y 40 minutos. El estudiante que resolvió el ejercicio en 6 minutos obtiene un resultado correcto, mientras que el estudiante que tardó 40 minutos obtuvo una respuesta incorrecta. Este contraste evidencia que la correcta aplicación de la ecuación diseñada, permite resolver el ejercicio en un tiempo corto siempre y cuando haya claridad en el análisis de variables e interpretación del enunciado, de lo contrario se prolonga de manera significativa el tiempo de resolución y conduce a resultados incorrectos. Este hallazgo confirma la pertinencia de la fórmula propuesta y la necesidad de fortalecer competencias de análisis crítico y verificación de resultados.

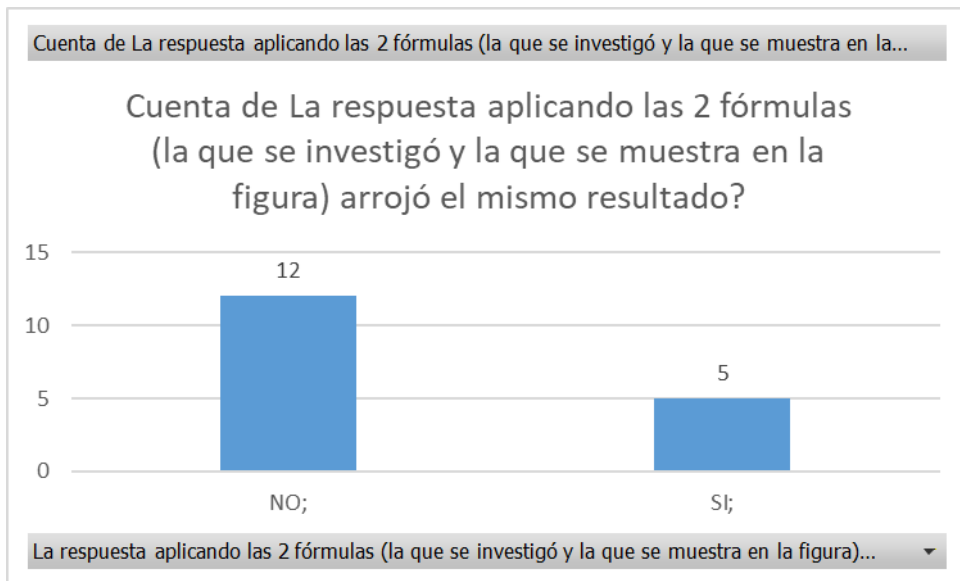


Figura 28: Respuesta pregunta 10.
Fuente: Elaboración propia.

Como se observa en la figura 28, el 70.5% de estudiantes responde que los resultados aplicando las fórmulas investigadas y la ecuación 17, no coincide en su resultado final, y el 29.5% indica que el resultado es el mismo. Sin embargo, profundizando en el procedimiento aplicado para la solución del ejercicio con ambas ecuaciones, se evidencia que tres estudiantes obtienen el mismo resultado correcto, mientras que dos de ellos obtiene el mismo resultado, pero el mismo es incorrecto. Este análisis revela una problemática recurrente en el ámbito de la ingeniería económica que corresponde a la tendencia de aplicación mecánica de ecuaciones sin un examen previo de los datos y variables involucradas.

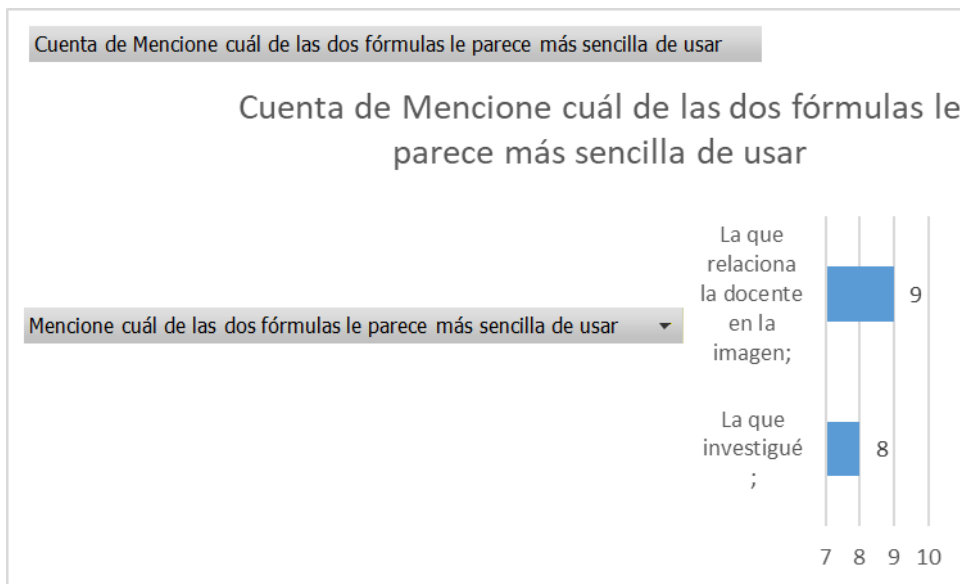


Figura 29: Respuesta pregunta 11.
Fuente: Elaboración propia.

El 53% de los estudiantes, considera que ecuación 17 es mas sencilla de aplicar, mientras el 47% restante manifiesta que la ecuación investigada por ellos mismo de diferentes fuentes académicas ofrece mayor simplicidad, como se muestra en la figura 29.

La diferencia porcentual, aunque es leve, permite reflexionar sobre dos aspectos fundamentales. El uso de las herramientas matemáticas financieras y la confiabilidad de los resultados obtenidos. La preferencia mayoritaria hacia la ecuación 17, sugiere que la propuesta metodológica desarrollada en el artículo cumple con el objetivo de simplificar el proceso de solución de ejercicios en ingeniería económica. No obstante, el hecho de que casi la mitad de los estudiantes se incline por la fórmula investigada indica que la percepción de facilidad está condicionada por factores como familiaridad con el procedimiento, claridad en la presentación de las variables y la experiencia previa en la aplicación de métodos similares. Por lo anterior, se reafirma de que en el aula se promueva un enfoque pedagógico que combine la simplicidad operativa con la rigurosidad analítica y que en la vida personal y profesional se tenga en cuenta una estructura clara respecto a la aplicación de las ecuaciones aquí propuestas.

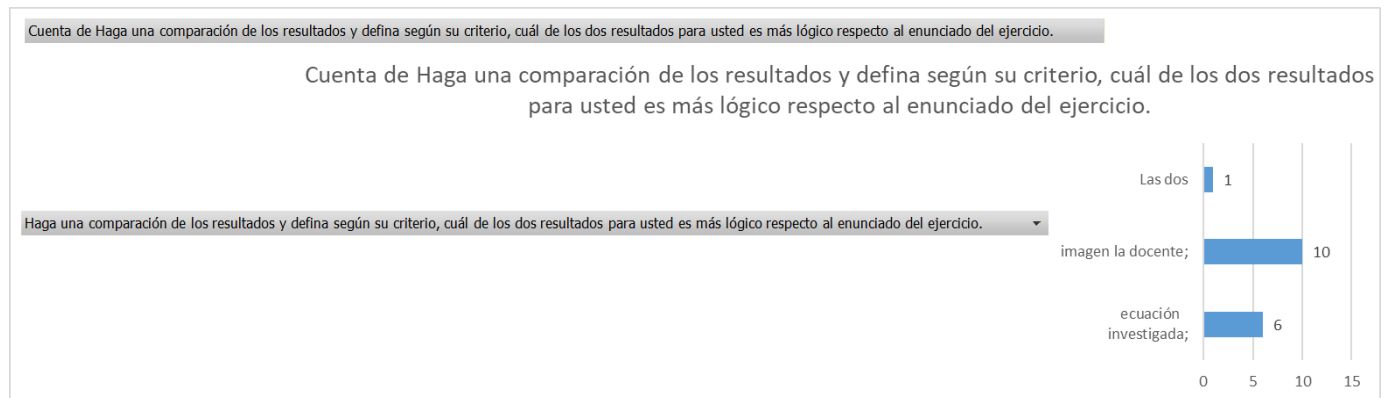


Figura 30: Respuesta pregunta 12.

Fuente: Elaboración propia.

El análisis de la figura 30, define que solamente un estudiante, el 5,8% de la población encuestada, logró aplicar correctamente ambas ecuaciones, la que el estudiante investiga y la ecuación 17, propuesta en este artículo. Con ello se evidencia el dominio conceptual y procedimental. En contraste, el 58,8% confiaron en la ecuación socializada y propuesta en este artículo, valorando la calidad y coherencia derivada del trabajo en el aula de clase. El 35,4% restante indican que la fórmula investigada les parece más lógico. Para este último grupo, se evidenció que 4 de ellos obtuvieron resultados incorrectos al aplicar dicha fórmula lo cual revela deficiencias en la validación de datos.

Para finalizar el análisis de las encuestas se hace la pregunta número 13 “¿Cree que es importante este tema para su vida personal?”. El resultado afirma que el 100% de los estudiantes reconoce la importancia de la ingeniería económica en su vida personal. A pesar de las dificultades en el análisis de variables y aplicación de ecuaciones se reafirma la necesidad de formación continua en ingeniería económica. Este hallazgo subraya la responsabilidad académica de investigar, actualizar y divulgar conocimiento que trascienden la ingeniería hacia cualquier área del saber.

IV. CONCLUSIONES

La ingeniería Económica es una disciplina integral que combina principios de la ingeniería y la economía, para analizar y evaluar alternativas financieras. Su propósito es optimizar la toma de decisiones en contextos personales y empresariales mediante planificación de finanzas o proyectos, orientados a la rentabilidad, eficiencia, y competitividad. Para ello se apoya de herramientas cuantitativas con enfoque analítico que fortalece la gestión y planificación de los recursos económicos.

El diseño de tres ecuaciones propuestas para series uniformes y series gradiente demuestra mayor claridad conceptual y aplicabilidad práctica frente a las fórmulas convencionales, facilitando la solución de problemas financieros en contextos reales.

La validación empírica realizada con los estudiantes, confirma que las tres ecuaciones propuestas, incrementan la comprensión y confianza en el análisis de resultados, lo que fortalece el proceso de enseñanza-aprendizaje en ingeniería económica.

La simplicidad operativa de las fórmulas diseñadas, combinadas con su rigor matemático, constituye un aporte significativo para la toma de decisiones financieras en el ámbito personal y profesional.

La investigación evidencia claramente la necesidad de integrar herramientas pedagógicas y tecnológicas que respalden la aplicación del modelo matemático propuesto, promoviendo la formación continua en ingeniería económica.

En conjunto, los hallazgos consolidan un avance metodológico que contribuye a la innovación educativa y a la digitalización futura de la ingeniería económica, ampliando su impacto en diferentes áreas del conocimiento.

V. REFERENCIAS

- [1] L. E. Rey Huertas y V. C. Moreno Sierra, ASPECTOS BÁSICOS DE INGENIERÍA ECONÓMICA. 2022. [En línea]. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.16925/gcgp.72>.
- [2] S. Revista, «Salió nueva lista de deudores morosos del Estado: consulte si tiene obligaciones pendientes con la Dian y otras entidades», 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.semana.com/economia/articulo/salio-nueva-lista-de-deudores-morosos-del-estado-consulte-si-tiene-obligaciones-pendientes-con-la-dian-y-otras-entidades/202521/>.
- [3] «¿Qué es fintech?», Comisión Nacional del Mercado de Valores, España.

- [4] P. Choudhary, C. Ghosh, y M. Thenmozhi, «Impact of fintech and financial inclusion on sustainable development goals: Evidence from cross country analysis. Finance Research Letters», vol. 72, 2025, [En línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.frl.2024.106573>.
- [5] A. Amirullah, M. M. Nilam, y | Biori Hummasolli, «Financial Numeracy in Mathematics Education: Research and Practice», 2022, doi: <https://doi-org.unipamplona.basesdedatosezproxy.com/10.1007/s42330-022-00215-4>.
- [6] J. P. Bermúdez Céspedes, J. D. Roa Ramirez, D. Rodríguez Novoa, y C. E. Sanchez Quinto, «Reporte de la situación del crédito en Colombia - Marzo de 2025 | Banco de la República», Banco d ela república Colombia. Accedido: 16 de febrero de 2026. [En línea]. Disponible en: <https://www.banrep.gov.co/es/publicaciones-investigaciones/reporte-situacion-credito-colombia/marzo-2025>.
- [7] C. Felipe Jaramillo, «Banco Mundial Blogs», 2025: grandes oportunidades a pesar de los desafíos. [En línea]. Disponible en: <https://blogs.worldbank.org/es/latinamerica/2025-grandes-oportunidades-a-pegar-de-los-desafios>.
- [8] Y. Song, S. Lee, y B. Wang, «Digital finance and dividend policy: Evidence from China», 2025, [En línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.pacfin.2025.102704>.
- [9] S. Khalatur, O. Dovgal, O. Karamushka, L. Brovko, y O. Vodolazska, «INNOVATIVE TRENDS OF FINANCIAL ENGINEERING TO THE WAY OF DIGITAL ECONOMY», vol. 12, 2024.
- [10] F. Villada, J. Lopez, y N. Muñoz, «El Papel de la Educación Financiera en la Formación de Profesionales de la Ingeniería», 2017, [En línea]. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062017000200003>.
- [11] «INDICE DE PRECIOS AL CONSUMIDOR», DANE, COLOMBIA, Estadísticas por tema Colombia, 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/precios-y-costos/indice-de-precios-al-consumidor-ipc/pc-informacion-tecnica>.
- [12] S. A. S. Editorial La República, «Nu Holdings reportó utilidad neta por US\$1.970 millones al cierre del ejercicio 2024», Bogotá, Colombia, 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.larepublica.co/finanzas/resultados-de-nu-holdings-en-2024-4068062>.
- [13] D. fernando Manotas Duque y P. C. Manyoma Velasquez, «LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN MEDIANTE OPCIONES REALES: ASPECTOS CONCEPTUALES», 2001.
- [14] Q. Yu, G. Xunjie, y X. Zeshui, «The Development and Progress of Engineering Economics: A Retrospect and Prospect Based on Visual Analysis. Engineering Economics.», 2024, doi: [10.5755/j01.ee.35.1.32448](https://doi.org/10.5755/j01.ee.35.1.32448).
- [15] J. Van Horne y J. Wachowicz, Fundamentos de Administración Financiera, 13.a ed. Pearson, 2010.
- [16] C. Ramirez Molineras, M. García Barboza, C. Pantoja Agarín, y A. Zambrano Meza, Fundamentos de matemáticas financieras. 2009.
- [17] F. Boulanguer, Ingeniería Económica. Tecnológica, 2007.
- [18] N. E. Moreno Gómez y L. E. Suárez Caicedo, Ingeniería económica. 2019.
- [19] R. yaneth Contreras González y R. de J. Otero Paternina, «Diseño de una fórmula general para solución de ejercicios de ingeniería económica con series uniformes y el presente», vol. 12, 2022, [En línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.61799/2216-0388.1203>.
- [20] J. J. Rojas Villegas, Ingeniería Económica., 2.a ed. 2019.
- [21] américa Bank Of, «Mejores hábitos financieros», Maneras sencillas de ahorrar dinero para el futuro. [En línea]. Disponible en: <https://bettermoneyhabits.bankofamerica.com/es/saving-budgeting/ways-to-save-money>.
- [22] V. E. Redacción, «La importancia del emprendimiento en la economía», Ventana EBC.
- [23] KPMG et al., «Colombia tech report 2023-2024», 2024. [En línea]. Disponible en: <https://bibliotecadigital.ccb.org.co/items/9293e396-d952-46bf-8d01-43cb3ea92848>.
- [24] C. F. Toala Zabala, «Análisis financiero y su relevancia en la toma de decisiones gerenciales», vol. 7, 2023. [En línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.47230/unesum-ciencias.v7.n2.2023.167-176>.
- [25] D. Nogueira Rivera, A. Medina León, A. Hernández Nariño, R. Comas Rodríguez, y D. Medina Nogueira, «Análisis económico-financiero: talón de Aquiles de la organización. Caso de aplicación», vol. 38, 2017.
- [26] W. Sullivan, E. Wikcs, y J. Luxhoj, Ingeniería Económica de DeGarmo, 11.a ed. 2004.
- [27] G. Baca Urbina, Fundamentos de Ingeniería Económica, 4.a ed. 2007.
- [28] G. Baca Urbina, Fundamentos de Ingeniería Económica, 5.a ed. Mc Graw Hill, 2008.
- [29] M. O. Suarez Ibujés, Hacia un Interaprendizaje de matemática financiera, 1.a ed. 2024.
- [30] G. Laurence y C. Zutter, Principios de Administración Financiera, 12.a ed. Pearson, 2012.
- [31] C. Park, Fundamentos de ingeniería económica, 2.a ed. Pearson, 2009.
- [32] O. D. Lopera Quiros, «Valores presente y futuro de una serie gradiente aritmético.», 2024, [En línea]. Disponible en: https://arquimedes.matem.unam.mx/lite/2013/1.1_Un100/EconomiaYFinanzas.html.
- [33] J. I. Jimenez Sanchez, «Financiación con gradientes a sectores no aptos para credito bancario analizados con software geogebra», vol. 11.
- [34] W. Zans Arimana, «AMORTIZAÓÓN DE INTANGIBLES CON CARGOS VARIABLES Y GRADIENTE ARITMÉTICO PREDETERMINADO», Callao, Perú, Poryecto de Investigación, 2014.
- [35] T. López Pérez, Matemáticas Financiera II. 2017. [En línea]. Disponible en: www.cobachbc.edu.mx.
- [36] F. Paredes, «Anualidad Pago Uniforme». [En línea]. Disponible en: <https://www.studocu.com/co/document/universidad-autonoma-del-caribe/gestion-financiera/anualidad-pago-uniforme/8635215>.
- [37] L. BLANK y A. TARQUIN, Ingeniería económica, 7.a ed. 2012.
- [38] J. R. González Lucero, «Curso: Matemática II para Administradores. Gradientes o Series Variables».
- [39] J. Fornasari, Curso de Matemática Financiera, teoría y práctica. Buenos Aires, Argentina: Nobuko, 2011.
- [40] A. Rivero, «Anualidades o Series uniformes y variables», Blog de Andrés Riveros. [En línea]. Disponible en: <https://andresriv1979.wordpress.com/anualidades-o-series-uniformes-y-variables/>.
- [41] J. M. De Miguel Seco y A. De Miguel Solano, Matemáticas financieras. Ejercicios resueltos Problemas resueltos. Madrid, España, 2020.
- [42] J. L. Villalobos, Matemáticas Financieras, 3.a ed. Mc Graw Hill, 2008.
- [43] J. Moreno Taylos, VIDEO TUTORIAL MATEMÁTICAS FINANCIERAS, (2013). [YouTube]. Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=LMW6J8U_WkE.
- [44] U. Nueva Granada, «ANUALIDADES PAGO UNIFORME». [En línea]. Disponible en: http://virtual.umng.edu.co/distancia/ecosistema/ovas/administracion_empresas/matematicas_financieras/unidad_4/DM.pdf.
- [45] L. Ochoa, Conocimeinto sin límites. [En línea Video]. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=AaSaKvajGWw>.
- [46] J. Moreno Taylor, «SOLUFINANZAS», Series uniformes. [En línea]. Disponible en: <https://solufinanzas.weebly.com/blog>.
- [47] F. J. Martínez Astullido, Introducción a las matemáticas para la economía. 2013.
- [48] R. Stevens, «RANKIA», Cómo calcular el valor futuro de una inversión: Guía y ejemplos. [En línea]. Disponible en: <https://www.rankia.co/blog/mejores-cdts/3632678-que-valor-presente-futuro-formulas-ejemplos>.

- [49] D. E. S. Corporación Unificada Nacional, «Gradientes o Series Variables». [En línea]. Disponible en: <https://es.slideshare.net/slideshow/gradientes-o-series-variables/26060878>.
- [50] S. Universidad Francisco de Paula, «95 EJERCICIOS RESUELTOS DE GRADIENTE». 2018. [En línea]. Disponible en: <https://www.studocu.com/cl/document/universidad-de-la-serena/economia-i/95-ejercicios-resueltos-de-gradientes/5816353>.
- [51] L. Ballesteros, «Gradiente lineal o aritmético», Ingeniería Económica. [En línea]. Disponible en: <https://unimagingenieriaeconomica.wordpress.com/2014/04/20/6-2-gradiente-lineal-o-aritmetico/>.
- [52] R. Pasmiño Peralta, «Sistema Interactivo de Matemáticas Financieras», Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil, Ecuador, 1999.