

Innovaciencia 2015; 3 (1): 9 - 17

EFFECTO AHARONOV-BOHM EN PUNTOS CUÁNTICOS NO UNIFORMES

AHARONOV-BOHM EFFECT IN NON-UNIFORM QUANTUM DOTS

Adriana Lucia Gélvez¹ , Willian Gutierrez² , Fredy Rodríguez Prada³ 

Cómo citar este artículo: Gélvez A, Gutiérrez W, Rodríguez-Prada FA. Efecto AHARONOV-BOHM en puntos cuánticos no uniformes. Innovaciencia facultad cienc. exactas fis. naturales. 2015; 3(1): 9 - 17

Artículo recibido el 10 de agosto de 2015 y aceptado para publicación el 24 noviembre de 2015

DOI: <http://dx.doi.org/10.15649/2346075X.361>

RESUMEN

Introducción: Recientemente, las investigaciones en el campo de la materia condensada se han venido enfocando en el estudio de estructuras fabricadas mediante diferentes técnicas de crecimiento de cristales, en especial de materiales semiconductores y esto ha despertado un gran interés en el estudio teórico y aprovechamiento tecnológico de las importantes propiedades que despliegan los sistemas de partículas confinadas en puntos cuánticos con diferentes morfologías (nano-estructuras semiconductoras cero-dimensionales). Un atractivo especial en el área de los sistemas de baja dimensionalidad es el estudio de las propiedades opto-electrónicas de puntos cuánticos en forma de irregulares. Los Anillos Cuánticos, especialmente, son estructuras que poseen simetría axial y presentan una cavidad semiconductor en la región comprendida entre su radio interno y externo. Debido al confinamiento periódico el comportamiento de los portadores de carga en esta estructura deben tener un carácter diferente en presencia de un campo magnético externo, como sucede con el denominado Efecto Oscilatorio Aharonov-Bohm (AB). Este fenómeno se observa generalmente cuando una partícula cargada confinada en un sistema de baja dimensionalidad está afectada por un campo electromagnético externo. **Materiales y Métodos:** Se analiza el efecto de la irregularidad morfológica en puntos cuánticos lenticulares y de anillos cuánticos tipo cráter, que se encuentran sometidos a un campo magnético en la dirección de crecimiento, sobre el espectro energético de un electrón confinado en cada uno de ellos. **Resultados y discusión:** Los defectos estructurales son modelados mediante funciones en coordenadas cilíndricas, las cuales presentan soluciones analíticas para los casos isotrópicos. Posteriormente, los resultados de los estados energéticos del electrón en las estructuras simétricas permiten obtener el comportamiento de la energía para problemas completos y complejos mediante el uso de métodos numéricos, como diagonalización exacta y expansión en series. **Conclusiones:** Se presentan en este trabajo los niveles energéticos de un electrón en función de intensidad del campo magnético y se reportan comportamientos diferentes para ambos tipos de QDs considerados, principalmente porque en los de tipo cráter se presentan oscilaciones AB, característico de anillos cuánticos unidimensionales. En este estudio el surgimiento de oscilaciones AB, en puntos cuántico tipo cráter se debe a la mayor probabilidad de ubicar al electrón en el borde de la estructura, ya que esta zona es la de menor confinamiento cuántico.

Palabras clave: Sistemas de baja dimensionalidad, puntos cuánticos lenticulares, puntos Cuánticos tipo Cráter.

1. Físico, Escuela de Física, Universidad Industrial de Santander, Grupo de Física Computacional en Materia Condensada (FICOMACO). Bucaramanga, Colombia.
Correspondencia: adriana_gelvez@yahoo.co.uk

2. Físico. PhD en Física., Escuela de Física, Universidad Industrial de Santander, Grupo de Física Computacional en Materia Condensada (FICOMACO). Bucaramanga, Colombia.

3. Físico. PhD en Física., Escuela de Física, Universidad Industrial de Santander, Grupo de Física Computacional en Materia Condensada (FICOMACO). Bucaramanga, Colombia.

ABSTRACT

Introduction: Recently, research in the field of condensed matter have been focusing on the study of structures fabricated by different techniques of crystal growth, especially semiconductor materials this has aroused great interest in the theoretical study and technological performance of the important properties that display particle systems confined in quantum dots with different morphologies (semiconductor nanostructures zero - dimensional). A special interest in the field of low - dimensional systems is the study of opto - electronic properties of quantum dots with irregular shapes. Quantum Rings, especially, are semiconductor structures having axial symmetry and have a cavity in the region between the inner and outer radius. Due to the periodic confinement the behavior of charge carriers in such structures should have a different character in the presence of an external magnetic field, as with the so-called Aharonov-Bohm Effect (AB). This phenomenon is usually observed when a charged particle confined in a low dimensional system is affected by an external electromagnetic field. **Materials and methods:** We analyzes the effect of morphological irregularity of lenticular-like and crater-like quantum dots, and the effect of a magnetic field applied in the growth direction on the energy spectrum of an electron confined in these structures. **Results and discussion:** Structural defects are modeled by functions in cylindrical coordinates, which presented analytical solutions for the isotropic case. Subsequently, the results of energy states of the electron in symmetrical structures allow obtain the energy to complete and complex problems by using numerical methods, as exact diagonalization and series expansion. **Conclusions:** We present the energy levels of an electron as a function of magnetic field intensity and shown different behaviors for both types of QDs considered, mainly AB oscillations in crater-like quantum dots, characteristic phenomena of one-dimensional quantum rings. This effect is due to the higher probability of finding the electron in the outer border of the structure, because this region has the lowest quantum confinement.

Keywords: Low dimensional systems, Lense-like Quantum Dots, Crater-like Quantum Dots.

INTRODUCCIÓN

La nanociencia y la nanotecnología son el estudio y la manipulación de la materia en la escala nano, que es de aproximadamente 1 a 100 nanómetros (*un nanómetro es la milmillonésima parte de un metro*), y mientras estas palabras son relativamente nuevas, la existencia de estructuras y mecanismos con dimensiones nanométricas no lo son, de hecho podría decirse que tales objetos son tan viejos como la tierra misma. Algunos moluscos construyen sus conchas con aglomerados de

carbonato de calcio, componente principal de la frágil tiza con la que se escribe en los tableros, solo que en este caso tal material es sintetizado de forma nanocristalina, lo que aumenta su dureza y resistencia¹. No se sabe con exactitud en que momento el ser humano comenzó a aprovechar las ventajas de estos instrumentos y sistemas con tamaños del orden de nanómetros que la naturaleza le ofrecía, pero si se tiene claro que la comprensión de sus propiedades particulares y de los fenómenos que tienen lugar con su manipulación es un hecho reciente. Un ejemplo de la utilización de materiales nanométricos en la antigüedad lo constituye la copa de Licurgo, utensilio romano fabricado en el siglo IV a.C. que se encuentra en el Museo Británico de Londres, la cual es famosa debido a que su color varia de verde a rojo intenso dependiendo de si la luz la atraviesa o no. La causa de tal comportamiento se vino a entender muchos años adelante, y es que el vidrio de sosa y cal con el que fue construida contiene nanopartículas de oro y plata^{2,3}.



FIGURA 1. Copa de Licurgo. A la izquierda en luz reflejada y a la derecha en luz transmitida^{3 [9]}.

Actualmente la manipulación de la materia con dimensiones nanométricas para la creación de nuevos materiales y dispositivos es una de las áreas de investigación de mayor impacto a nivel mundial. Dentro de sus mayores logros se encuentra la caracterización y fabricación de “sistemas de baja dimensionalidad” (LDS, low dimensional systems en inglés) que son estructuras en las cuales una, dos y/o tres de sus dimensiones poseen extensiones comparables con las distancias interatómicas en los sólidos, haciendo que los efectos de la mecánica cuántica se hagan notables y generando así un cambio significativo en sus propiedades electrónicas con respecto a las que tendría la forma volumétrica. Entre los LDS, aquellos que son fabricados con semiconductores son de gran interés para la comunidad científica, puesto que el aprovechamiento de las propiedades físicas de los semiconductores en conjunto con el confinamiento cuántico permitió la creación de la elec-

trónica moderna. Ya desde el inicio, en la investigación sobre las propiedades de una superred semiconductor en 1969, llevada a cabo por Leo Esaki (Premio Nobel de 1973) y Ray Tsu (IBM, USA)⁴, estaba claro que tales estructuras eran de gran interés científico y sus novedosas propiedades causadas por los efectos cuánticos ofrecían potenciales aplicaciones para nuevos dispositivos. Posteriormente el desarrollo de novedosas técnicas de crecimiento de semiconductores permitió la producción de películas epitaxiales suficientemente delgadas conocidas como pozos cuánticos, las cuales se pueden considerar como estructuras bidimensionales, puesto que una de sus dimensiones es de orden nanométrico; luego fue posible la fabricación de hilos cuánticos, que son unidimensionales, ya que hay confinamiento cuántico en dos de sus dimensiones; y de puntos cuánticos (del inglés quantum dots, QDs) que se conocen como “estructuras cero dimensionales”, debido a que los portadores confinados en su interior tienen movimiento limitado en sus tres dimensiones (Figura 2).

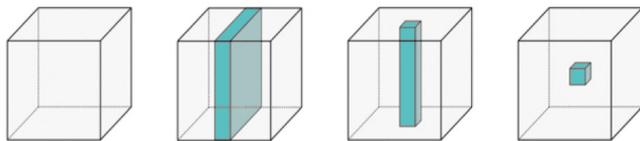


FIGURA 2. Esquema de reducción de la dimensionalidad, desde un semiconductor en bloque a un QD.

Como resultado del confinamiento tridimensional propio de los puntos cuánticos semiconductores, los electrones, huecos y excitones (estos son una pareja de electrón y hueco que interactúan entre sí por medio de fuerzas electrostáticas) confinados en su interior presentan espectros discretos y mayor cuantización en sus propiedades opto-electrónicas. A estas estructuras se les conoce como “átomos artificiales” y son las que generan mayores expectativas en la investigación, especialmente por sus aplicaciones potenciales, que son principalmente en el campo de la computación cuántica, en el almacenamiento de información para computadoras tradicionales, en biología, óptica y en optoelectrónica. Muchos tipos de estos sistemas han sido desarrollados en las últimas tres décadas, pero quizás el procedimiento más empleado en la actualidad para su formación es el autoensamblaje por medio del método de epitaxia de haces moleculares en el modo de crecimiento de Stransky-Krastanov (S-K)⁵ debido a que permite la formación de decenas de billones de puntos por cm^2 con un alto grado de uniformidad, y a que se pueden obtener las más variadas morfologías, dependiendo de las condiciones de crecimiento tales como: temperatura de crecimiento, velocidad de deposición, presión, parámetros de red de los materiales, etc.

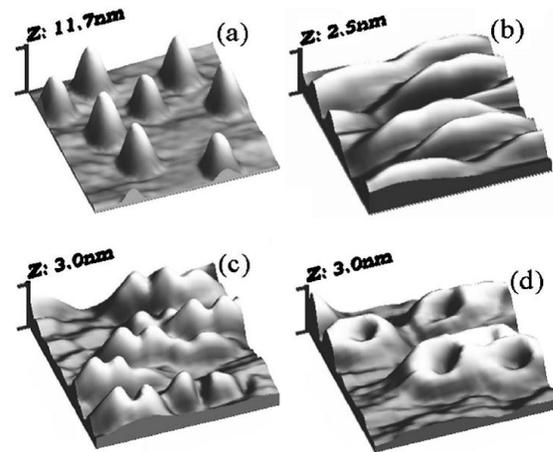


FIGURA 3. Imágenes de microscopia de fuerza atómica (AFM) de puntos cuánticos de InAs/GaAs (a) crecidos a 540°C (b) recubiertos con 2 nm de GaAs a 540°C (c) recubiertos con 2 nm de GaAs a 500°C y (d) con el mismo recubrimiento y a la misma temperatura del caso en c pero a diferente presión⁶.

Dentro de la variedad de formas en las que se pueden fabricar las estructuras cero-dimensionales, los anillos cuánticos (QRs, del inglés quantum rings) ocupan un lugar destacado, puesto que su estructura doblemente conectada que permite la aparición de corrientes persistentes en presencia de campo magnético y de fenómenos físicos interesantes como la oscilación de las propiedades energéticas electrónicas. Además es posible “diseñar” sus propiedades físicas mediante el control de la geometría del anillo y el flujo magnético que lo atraviesa, por lo que tiene un alto potencial para ser empleados como base elemental para diversas aplicaciones: detectores y fuentes fotónicas, incluidos los emisores de un solo fotón, memorias nano-Flash, QuBits para computación cuántica espintrónica, la memoria de acceso aleatorio magnética, soporte de grabación y otros dispositivos de espintrónica⁷.

El estudio teórico de las estructuras cero-dimensionales constituye una parte muy importante de su investigación, puesto que permite el análisis de sus propiedades físicas y las variaciones de estas ante la modificación de algunos factores tales como la forma, los materiales constituyentes, campos eléctricos y magnéticos externos, etc, antes de su fabricación. En este trabajo se presenta el análisis teórico del efecto de la irregularidad morfológica en puntos cuánticos lenticulares y puntos cuánticos tipo cráter sobre el espectro energético de un electrón confinado en su interior, y que adicionalmente se encontraban en presencia de campo magnético externo. Estudios que se han venido realizado y reportando en el Grupo de Investigación Física Computacional en Materia Condensada (FI-COMACO). En la siguiente sección se muestran los modelos teóricos empleados, luego se continúa con el análisis de los resultados encontrados y por último, se enuncian las conclusiones.

MATERIALES Y MÉTODOS

En la mayor parte de los trabajos teóricos sobre puntos cuánticos y anillos cuánticos, estos son tratados mediante modelos idealizados que poseen simetría axial y para los cuales el Hamiltoniano es separable analíticamente. Sin embargo no todos los sistemas cero dimensionales fabricados actualmente se pueden modelar de esta manera, puesto que la gran mayoría posee defectos estructurales que rompen la simetría axial y que producen la localización de diferentes estados rotacionales.

En la figura 4a, obtenida del trabajo de Wu y coinvestigadores⁸, se presentan sistemas de QDs agrupados en pares y con morfología irregular. Mientras que la figura 4b, tomada de la investigación de Boonpeng y colaboradores⁹, muestra la morfología superficial de QRs de $\text{In}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{As}$ fabricados a diferentes temperaturas, con su respectiva línea de perfil, en la que se puede observar que el crecimiento de la estructura desde su posición central no es isotrópico. Además, ambas figuras permiten apreciar una de las características particulares de los sistemas cero-dimensionales autoensamblados, su altura es mucho menor que las dimensiones de su base, esto permite utilizar una aproximación de gran versatilidad en la física nuclear y de la materia condensada conocida como aproximación adiabática (AA) y con ella se reduce la dimensionalidad del problema analítico de tres a dos o una dimensión, dependiendo del caso dado.

Un electrón libre en un sólido no sólo está sometido al potencial Coulombiano de su "átomo padre" sino al combinado de toda la red cristalina, es por esto que su masa es aparentemente diferente a la que posee en el vacío.

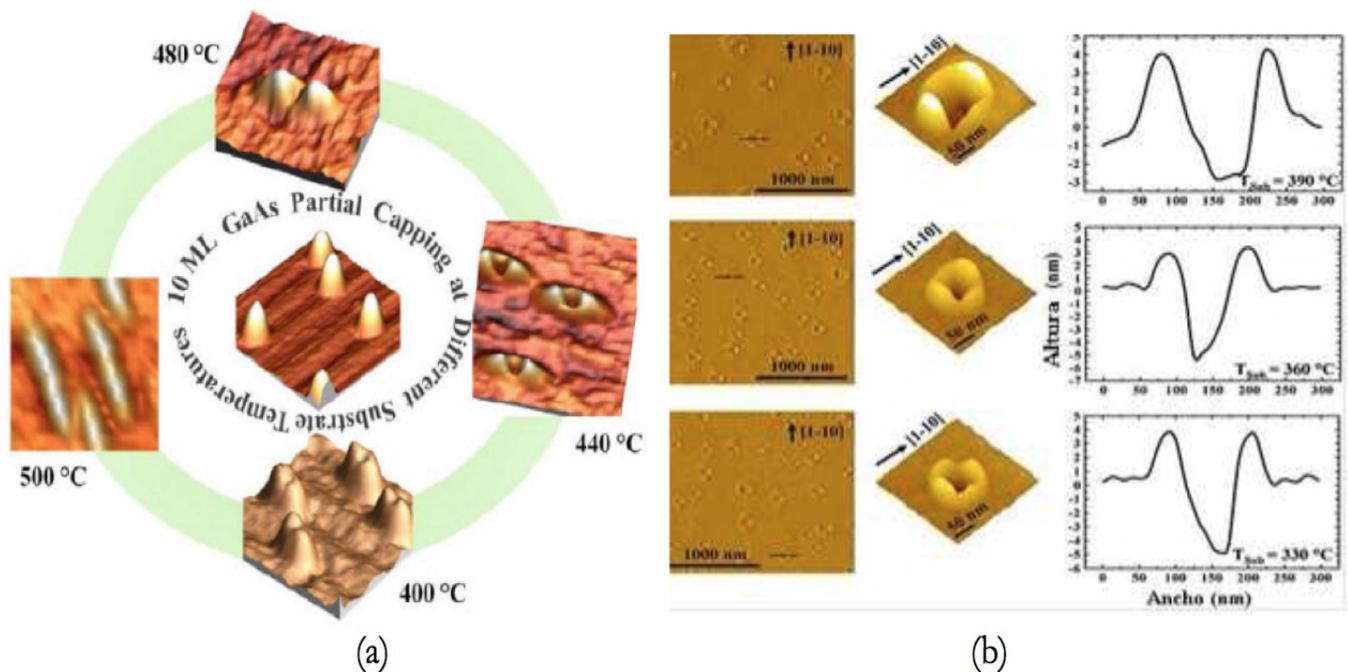


FIGURA 4. Imágenes de microscopia de fuerza atómica: (a) Pares de QDs recubiertas con GaAs a diferentes temperaturas, tomada de la referencia⁽⁸⁾. (b) Estructura real de QRs, a diferentes temperaturas, con su respectiva línea de perfil, tomada de la referencia⁽⁹⁾.

En el estudio de los semiconductores es común hacer uso de este fenómeno para simplificar los problemas en estudio, reemplazando la masa del electrón en el Hamiltoniano por una cantidad constante propia de cada material denominada *masa efectiva*. En los modelos que se presentarán a continuación se usa esta aproximación.

Punto cuántico con anisotropía estructural

Inicialmente se estudia el espectro energético de un electrón confinado en el interior de un punto cuántico que exhibe anisotropía estructural y que adicionalmente se encuentra en presencia de un campo magnético constante en la dirección de crecimiento de la estructura.

La morfología del QD en mención es modelada por medio de la siguiente función en coordenadas cilíndricas:

$$h(\rho, \varphi) = h_0 / \sqrt{(1 + (\rho/R)^2 + \alpha [1 - \cos(n\varphi)])} \quad (1.1)$$

En (1.1) la anisotropía estructural se incluye en el término cosenoidal y mediante los parámetros n y α es posible modular tanto su amplitud como su periodicidad. En la figura 5 se presenta el modelo tridimensional del QD para dos valores del parámetro n y $\alpha = 0.5$, cuando n toma el valor de cero, el punto adquiere forma lenticular isotrópica, mientras que cuando este parámetro se hace igual a dos la morfología se asemeja a la de la

estructuras de la figura 4a. El potencial de confinamiento de la estructura se considera de barrera infinita, es decir, cero adentro e infinito afuera de ella. El Hamiltoniano adimensional correspondiente al sistema empleando las aproximaciones adiabática y de masa efectiva se presenta en la ecuación (1.2), en ella el termino γ representa la intensidad del campo magnético, h_0 y R son parámetros de altura y base, respectivamente.

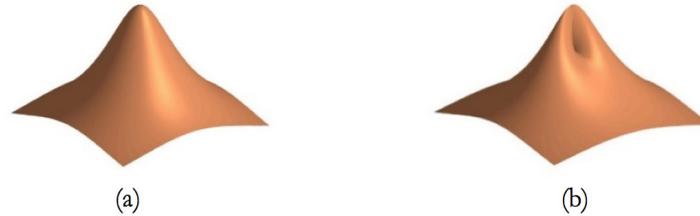


FIGURA 5. Ilustraciones del modelo del punto cuántico para diferentes valores del parámetro n. (a) n = 0 (b) n = 2.

$$H = \left(-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} \cdot \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) - \left(\frac{1}{\rho^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) + i\gamma \frac{\partial}{\partial \varphi} + \left(\frac{\pi^2}{(h_0^2 R^2)} + \gamma^2/4 \right) \rho^2 + \pi^2/h_0^2 + (\pi\alpha [1 - \cos(n\varphi)]/h_0^2) \tag{1.2}$$

Cuando en el Hamiltoniano (1.2) uno de los dos parámetros n o α se hace igual a cero, el problema se transforma en el de un punto cuántico axialmente simétrico como el de la figura 5a, que se puede resolver analíticamente. Las funciones de onda y energías encontradas (Ecuación (1.3)) para el problema reducido se usan como base para el cálculo de la solución del problema completo por medio de métodos numéricos.

$$\Psi_{n_\rho, m, l}(\rho, \varphi, z) = C_{n_\rho, |m|} \sqrt{(2/h(\rho))} \rho^{|m|} e^{(-\lambda/2 \rho^2)} L_{n_\rho}^{|m|}(\lambda \rho^2) e^{im\varphi} \sin(\pi z/h(\rho))$$

$$E = \sqrt{((4\pi^2/h_0^2 R^2) + \gamma^2) (|m| + 2n_\rho + 1) - m\gamma + \pi^2/h_0^2} ; \tag{1.3}$$

$$n_\rho = 1, 2, \dots, m = 0, \pm 1 \pm 2, \dots$$

Anillo cuántico tipo cráter con defectos estructurales

En investigaciones recientes se plantea un modelo de QR de tipo cráter no isotrópico y se estudia la variación de los niveles energéticos en función del campo magnético externo en la dirección de crecimiento de la estructura¹⁰. El espesor del anillo (dirección de crecimiento $-z$) d crece linealmente con la distancia ρ al centro del cráter de acuerdo a la función en coordenadas cilíndricas (1.4), en la que la función $V(x) = 0$ para $x < 0$ y $V(x) = 1$ para $x > 0$ representa la función de paso de Heaviside, ρ_a y ρ_b son los radios interno y externo, respectivamente, h_0 la altura máxima del QR, σ es el parámetro de escala de la falta de uniformidad, y $f(\varphi)$ es una función de ajuste para modelar la irregularidad de la estructura.

$$d(\rho, \varphi) = ((h_0 \rho v(\rho - \rho_a)) (v(\rho_b - \rho)) / \sqrt{(\rho_b^2 + \sigma^2 \rho^2 f^2(\varphi))}) ; \tag{1.4}$$

$$f(\varphi) = \text{sen}(k\varphi)$$

De la misma forma que en el problema del punto cuántico con anisotropía estructural presentado anteriormente, en este trabajo se consideró un potencial de barrera infinita y se emplearon tanto la aproximación de masa efectiva como la aproximación adiabática, el Hamiltoniano adimensional para el electrón confinado en un QD tipo cráter con defectos estructurales, en presencia de campo magnético externo y para el movimiento en el plano de la estructura se presenta en (1.5).

Cuando $\sigma=0$, en las relaciones (1.4) y (1.5), se modela un cráter axialmente simétrico, cuyo espesor se incrementa linealmente en la dirección radial desde un valor mínimo en la frontera del hueco central al valor máximo h_0 en la frontera exterior, el Hamiltoniano tiene solución analítica y se usa como base en el marco del método numérico de la diagonalización exacta para resolver el problema del cráter con diferentes defectos estructurales.

$$H(\sigma) = -\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \cdot \rho \frac{\partial}{\partial \rho}\right) - \left(\frac{1}{\rho^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \pi^2 \rho_b^2 / h^0 \right] + i\gamma \frac{\partial}{\partial \varphi} + \gamma^2 \rho^2 / 4 \right) + \left(\pi^2 / h^0\right) \sigma^2 f^2(\varphi) ; \quad \rho_a < \rho < \rho_b \quad (1.5)$$

En la figura 6 se presentan los modelos considerados en este estudio (referencia 10).

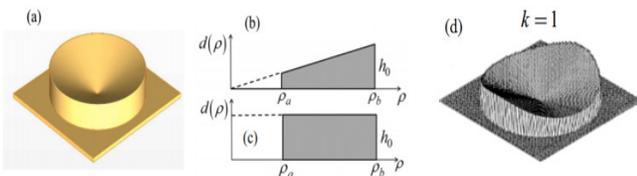


FIGURA 6. Modelo estructural del punto cuántico tipo cráter (a) Axialmente simétrico ($\sigma=0$) (b) Perfil del QR con altura variable (c) Perfil del QR con altura constante y (d) modelo de un cráter no uniforme con $k=1$.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Con el fin de realizar un análisis comparativo del efecto de la irregularidad morfológica en puntos cuánticos lenticulares y anillos cuánticos tipo cráter sobre el espectro energético de un electrón confinado en su interior, en función del campo magnético, se presentan a continuación los resultados de la resolución de los Hamiltonianos del punto cuántico anisótropo (1.2) y del QR con defectos estructurales (1.5), se consideran las estructuras simétricas y aquellas poseen dos regiones prominentes.

El QD se consideró de InAs, en el que la masa efectiva del electrón se tomó¹¹ como $0.022 m_e$, los parámetros de altura h_0 y de radio se ajustaron en 5 nm y 100 nm, respectivamente. En la figura 7 se muestran los 60 niveles energéticos más bajos para el QD axialmente simétrico en función de la intensidad del campo magnético, estos evidencian los siguientes comportamientos al límite: cuando el confinamiento magnético es comparable con el confinamiento estructural, esto es para campos magnético bajos, entonces hay una hibridación de los niveles de Landau¹² con los niveles que surgen del confinamiento espacial. Por otro lado, a medida que se incrementa el campo magnético entonces se ve como la estructura espectral adquiere una configuración tipo niveles de Landau, lo cual evidencia la existencia de una transición gradual de $10 a_0$ una cuantización espacial a una magnética.

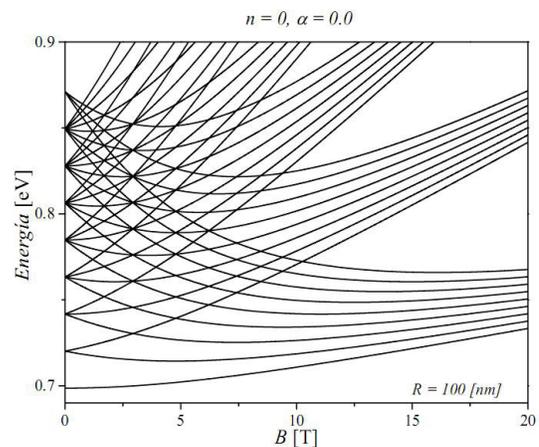


FIGURA 7. Primeros niveles energéticos para un QD axialmente simétrico ($n=0$) en función del campo magnético.

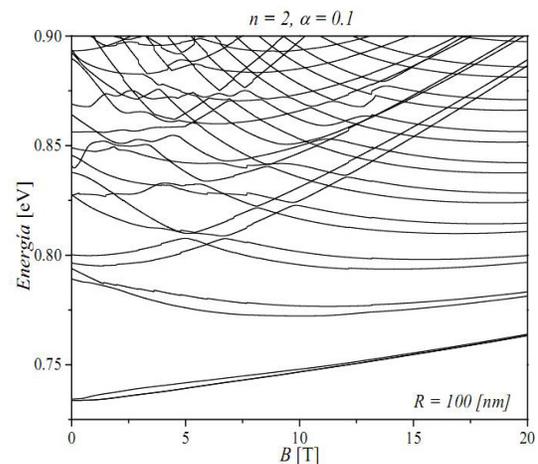


FIGURA 8. Primeros niveles energéticos para un QD anisótropo con $n=2$ y $\alpha=0.1$

En la figura 8 se muestra el caso para $n=2$ y $\alpha=0.1$ caso para el cual la estructura presenta una simetría C_2 . Este gráfico revela la aparición de parejas de niveles muy cercanos entre sí debido a la existencia de un pozo doble y simétrico de potencial, similar a lo que ocurre en una molécula natural H_2^+ . Es de resaltar que a pesar de que el grado de anisotropía es pequeño, esto es, las variaciones en la altura del QD son del 5% aproximadamente para $\alpha=0.1$, al comparar estas curvas con las

obtenidas para el caso simétrico (figura 2) para valores bajos de campo magnético, se observan notables diferencias, como es el caso de la aparición de anticruces o repulsión entre niveles, lo se puede traducir como la eliminación de la degeneración entre niveles debida a la ruptura de la simetría circular del QD. Puede también mencionarse el hecho de que los cambios más notables en el espectro se observan para el caso en el que el confinamiento magnético es menor o apenas comparable con el confinamiento estructural, lo cual implicará un mayor efecto de la anisotropía estructural sobre los diferentes estados electrónicos.

Por otro lado, el punto cuántico tipo cráter, cuyo grosor se determina por la función (1.5), se consideró de material $In_xAl_{1-x}As$, con parámetros $a_0 = 10 \text{ nm}$ (radio de Bohr efectivo) y $Ry_0 = 6 \text{ meV}$ (Rydberg efectivo). En la figura 9 se presenta una comparación entre varios QDs tipo cráter sin defectos estructurales, para esto se ajustó $\sigma = 0$ en la ecuación (1.5), los cuales tienen en común una altura constante de $1a_0$ y un radio externo de $10a_0$; en la primera fila de esta gráfica se muestra el modelo de la estructura, en la segunda los niveles con diferente momento angular (número cuántico $m = 0, 1, 2, \dots, 10$) para sólo un número cuántico radial $n = 1$, mientras que en la tercera se agrega la banda correspondiente a $n = 2$; en las columnas primera y tercera se presentan los resultados para los casos en los que la altura crece linealmente desde el radio interno, que adquiere valores de $0.01a_0$ y $5a_0$ respectivamente, hasta el radio externo (Figura 6b); en cambio las columnas segunda y cuarta muestran anillos toroidales (Figura 6c) con radios internos también de $0.01a_0$ y $5a_0$, en cada caso.

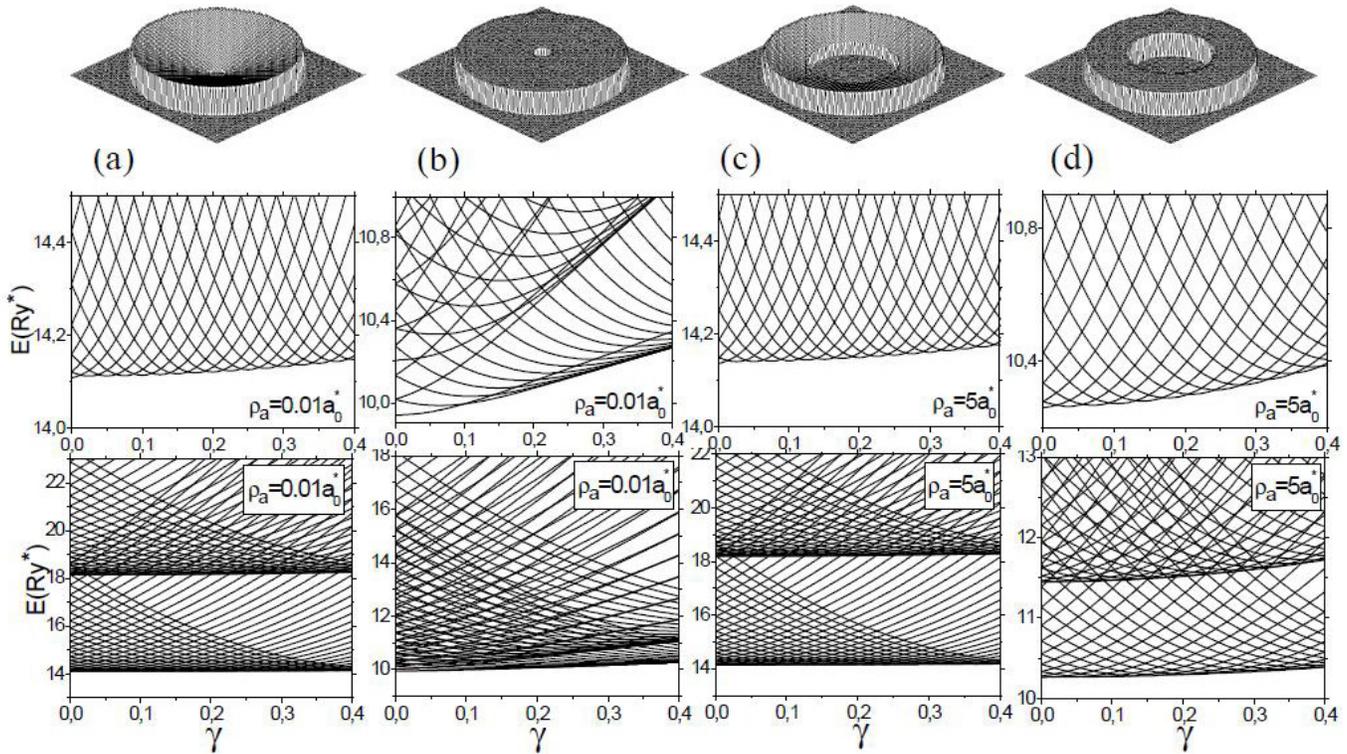


FIGURA 9. Niveles energéticos más bajos para QDs tipo cráter (a,c) y QRs (b,d) con radio externo $\rho_b = 10a_0$ y altura $h_0 = 1a_0$ y dos diferentes valores de radio interno $\rho_a = 0,01a_0$ (a,b) y $\rho_a = 5a_0$ (c,d)

Las figuras 9a, 9c y 9d muestran que la energía presenta un comportamiento oscilatorio a medida que se aumenta el campo magnético, tal fenómeno se conoce como oscilaciones Aharonov-Bohm¹³ y su formación es una de las características propias de los anillos cuánticos; en cambio en la figura 9b los niveles de energía presentan un comportamiento creciente similar al del espectro energético del QD lenticular presentado en la figura 7, esto se debe a que el radio interno pequeño en un anillo toroidal lo lleva a comportarse prácticamente como un punto cuántico en forma de disco. Al comparar específicamente las figuras 9a y 9b, se puede afirmar que

un apagamiento en las oscilaciones de AB tiene lugar cuando la pendiente de crecimiento de la altura del punto cuántico tipo cráter con radio interno pequeño tiende a cero.

En la figura 10a y 10b se presentan los resultados de la energía en función del campo magnético para un punto cuántico tipo cráter con radio interno igual a cero, radio externo de $10a_0$, altura $h_0 = 2a_0$ y defectos estructurales que consisten de dos cimas y dos valles en la estructura (Figura 6d), para valores del parámetro de escala de la falta de uniformidad σ de 0.01 y 0.1, respectivamente. Se presentan oscilaciones AB en los niveles con mayor energía, pero se desaparecen en el

estado base y algunos de los primeros niveles excitados. Aquellos niveles en los que la energía no oscila con el aumento del campo magnético tienden a emparejarse, puesto que las dos regiones altas llevan a que, desde el punto de vista energético, se formen dos regiones que actúan como pozos de potencial y dos como barreras para el electrón. El incremento en el parámetro de no-uniformidad σ genera que el número de primeros niveles agrupados y sin oscilaciones de energía sea mayor.

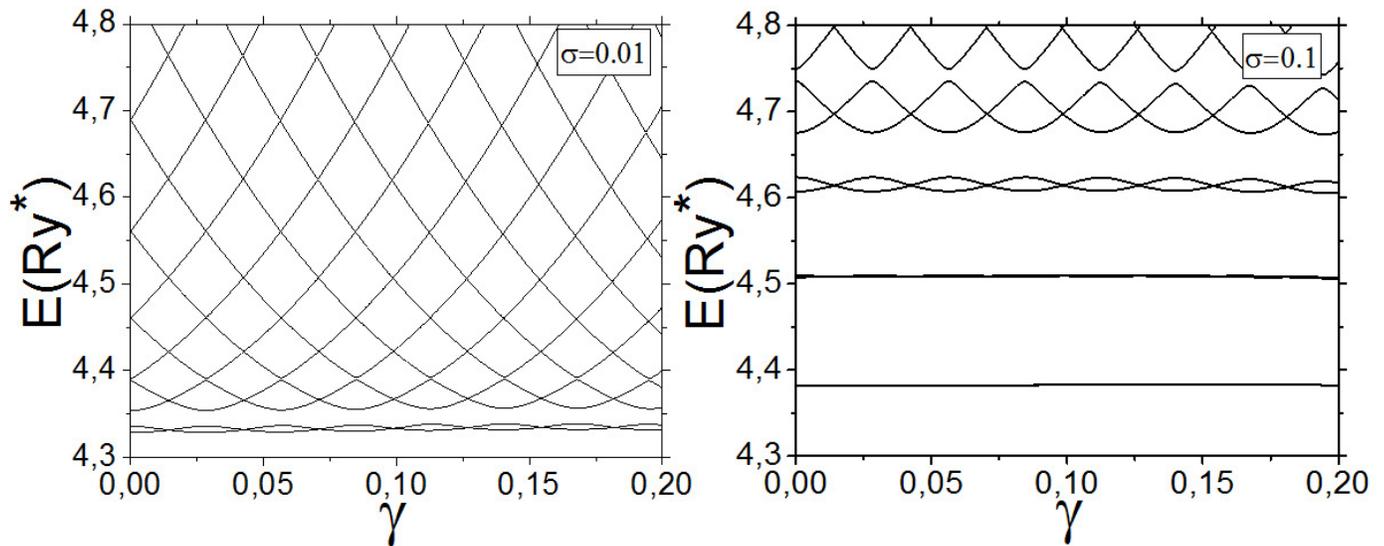


FIGURA 10. Energías más bajas de un electrón en un cráter no-uniforme en función del campo magnético con radio interno $\rho=0$, radio externo $\rho=10 a_0$, altura $h_0=2 a_0$ y dos diferentes niveles de homogeneidad (a) $\sigma = 0.01$ y (b) $\sigma = 0.1$

Con los modelos estudiados se ha podido observar que la energía para un punto cuántico tipo cráter perfecto en función del campo magnético obedece a un patrón oscilatorio. Tal comportamiento desaparece paulatinamente a medida que la altura del radio externo del cráter tiende a ser igual a la de su radio interno, puesto que la morfología de la estructura se va transformando a la de un punto cuántico con forma de disco, caso en el cual los niveles de energía tienden a crecer con el aumento del campo magnético; además la existencia de irregularidades morfológicas en este tipo de sistemas también genera la extinción de las oscilaciones AB, tan solo que se afectan principalmente los niveles con energía más baja.

CONCLUSIONES

Se presentaron modelos teóricos para puntos cuánticos lenticulares y de tipo cráter con irregularidades en su morfología y se estudió el espectro energético de un electrón confinado en las estructuras propuestas, que adicionalmente se encontraban en la presencia de un campo magnético externo en la dirección de crecimiento.

Al comparar el comportamiento de los niveles de energía en función de la intensidad del campo magnético externo de los puntos cuánticos lenticular isotrópico y cráter perfecto se encontró que presentan una diferencia marcada: en el primero la energía se comporta de forma diferente según sea la intensidad del campo magnético, en las regiones donde éste es bajo los niveles se

entrecruzan, mientras que al aumentar el confinamiento magnético su comportamiento es creciente y tienden a agruparse alrededor de ciertos valores conocidos como "Niveles de Landau"; en el segundo tipo de QD aparecen oscilaciones Aharonov-Bohm, lo que muestra que los puntos tipo cráter perfecto se comportan como anillos cuánticos. Por otro lado al analizar las estructuras que poseían dos regiones prominentes y dos valles, se encontró que para el QD lenticular el confinamiento estructural se hace muy fuerte generando anticruces o repulsión entre niveles en las regiones de campo magnético bajo, además la anisotropía puede favorecer la formación de estados moleculares similares a los de una molécula natural H_2^+ . En cambio, en el QD tipo cráter con dos "cimas" las oscilaciones AB desaparecen en los niveles más bajos y estos tienden a agruparse de forma similar al punto cuántico lenticular asimétrico, los niveles de con mayor energía siguen presentando oscilación en su energía. Los emparejamientos de niveles se deben a que ambas estructuras presentan dos puntos con la misma altura, por lo que por el principio de incertidumbre el electrón tiene más probabilidad de estar en estas regiones.

BIBLIOGRAFÍA

1. Murty BS, Shankar P, Raj B, Rath BB, Murday J. Textbook of Nanoscience and Nanotechnology, Springer Berlin Heidelberg, 2013.

2. Poole Jr. CP, Owens FJ. Introduction to Nanotechnology, Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2003.
3. Freestone I, Meeks N, Sax M, Higgitt C. «The Lycurgus cup—a roman nanotechnology» Gold Bulletin, 2007; 40(4): 270-7.
4. Esaki L, Tsu R. «Superlattice and Negative Differential Conductivity in Semiconductors», 1970; 4(1).
5. López-López M, Méndez-García VH. «Departamento de Física. CINVESTAV» Enero 2008. [En línea]. Disponible en: <http://www.fis.cinvestav.mx/~orosas/REVCINV/p44.pdf>.
6. Granados D, García J. «In(Ga)As self-assembled quantum ring formation by molecular beam epitaxy,» Applied physics letters, 2003; 82(15): 2401-3.
7. Fomin VM. Physics of Quantum Rings, Heidelberg: Springer, 2013.
8. Wu J, Hu X, Lee J, Kim ES, Wang ZM. «Epitaxially Self-Assembled Quantum Dot Pairs» Advanced Optical Materials. 2013; 1(3): 201-14.
9. Boonpeng P, Jevasuwan W, Suraprapapich S, Ratathamaphan S, Panyakeow S. «Quadra-quantum dots grown on quantum rings having square-shaped holes: Basic nanostructure for quantum dot cellular automata application» Microelectronic Engineering, 2009; 86(4): 853-6.
10. Rodríguez-Prada F, L.García y I. Mikhailov, «One-electron quantum ring of non-uniform thickness in magnetic field» Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures. 2014; 56: 393-9.
11. Davies JH. The physics of low dimensional semiconductors. An introduction, Cambridge University Press, 1998.
12. Landau LD, Lifschitz EM. Quantum Mechanics: Non-relativistic Theory. Course of Theoretical Physics. 3rd ed. London: Pergamon Press. 1977; 3.
13. Aharonov Y, Bohm D, Phys. Rev., 1959; 115-485.